

CASIO NEWS

ANO 17 - ANUAL - JUNHO 2026 - NÚMERO 26

fx-991SPCW



CLASSWIZ



python

fx-CG9860GIII



python

fx-CG50



C-Lab





Editorial

Ao longo de mais um ano letivo, a CASIO Portugal continuou a acompanhar escolas, professores e alunos na integração da tecnologia no ensino e na aprendizagem da Matemática e das Ciências.

Nesta edição da CASIO News, reunimos propostas de trabalho que exploram a calculadora gráfica, a linguagem Python e os sensores C-Lab em atividades de sala de aula, na modelação matemática e na resolução de problemas.

Os trabalhos apresentados, realizados numa ação de formação, mostram como a tecnologia pode tornar a aprendizagem mais visual, ativa e significativa, mantendo sempre o raciocínio matemático no centro do processo.

Agradecemos aos professores, formandos e ao grupo CASIO+ pelo seu contributo na partilha de práticas, na formação e na produção de recursos pedagógicos.

Esperamos que esta edição seja útil e inspiradora para novas atividades em sala de aula.

Ana Margarida Simões Dias
School Coordinator Casio Portugal
Membro do Grupo "CASIO+"

CASIO NEWS

Índice

TRABALHO FINAL

Realizado no âmbito da formação 3

ÂNGULO ENTRE VETORES

no plano ou no espaço 9

TRABALHO DE INVESTIGAÇÃO

Função quadrática 18

TRABALHO DE INVESTIGAÇÃO

Funções por ramos 23

Ficha técnica

Propriedade: Casio – Sucursal Portugal

Responsabilidade e Coordenação Geral: Casio - Sucursal Portugal • Ana Margarida S.M. Simões Dias O.S.

Toda a correspondência deve ser enviada para:

Morada: Parque das Nações • Rua do Pólo Sul, N.º 2 - 4.º Andar • 1990-273 Lisboa

Telefone: 21 893 91 70 • Fax: 21 893 91 79 • Email: margaridadias@casio.pt



TRABALHO FINAL - Realizado no âmbito da formação

ANO: 11º Ano | Matemática

MATERIAL/MENU(S) UTILIZADO(S):

Menu Python

Formanda: Ana Isabel Simões Temido

[Da taxa média de variação à taxa de variação instantânea num ponto]

Esta tarefa enquadra-se no tema das Funções do 11.º ano, no tópico do Cálculo Diferencial e subtópicos Taxa de variação e Derivada. Recorrendo a uma atividade usando linguagem Python o aluno determinará a taxa média de variação de uma função num intervalo $[a, b]$ e chegará à taxa de variação instantânea através da noção intuitiva de limite. Como sabemos as Aprendizagens Essenciais de Matemática A valorizam o pensamento computacional, bem como a relevância deste na ciência e na sociedade. Com a proposta desta tarefa vamos de encontro das pretensões do currículo.

Problema

Um ciclista está a treinar para um contrarrelógio. No ponto de partida, com o ciclista já encaixado nos pedais, a bicicleta é segurada por um assistente, partindo de uma posição parada (0 km/h) no momento em que o cronómetro começa a contar.

A distância percorrida foi monitorizada durante 10 segundos. Seja t o tempo, em segundos, decorrido desde o início da cronometragem.

Para $t \geq 2$, a distância, em metros, percorrida pelo ciclista, é dada por:

$$f(t) = t^2 - 3t + 4$$

1. Elabora um pequeno programa em Python que calcule as imagens de f e utilize-o para responder à questão seguinte.

Determine a distância percorrida ao fim de 8 segundos.

Linguagem natural		Python
função $f(t)$	01	
$y \leftarrow t^2 - 3t + 4$	02	
devolver y	03	
	04	
ler t	05	
definir y como imagem de t	06	
escrever a distância percorrida	07	

Calculadora Científica CASIO - ClassWiz fx82SPCW

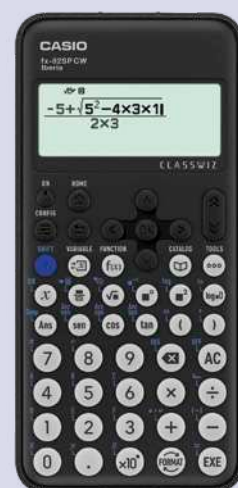
O ecrã de alta resolução com expressões em “formato natural” permite mostra frações, raízes e outras operações como vê num livro de texto. O ecrã de alta resolução permite ter um menu por ícones e mensagens sem abreviatura, podendo visualizar 4 a 6 linhas.

Características técnicas:

- Menu por ícones
- Idiomas: castellano, catalán e português
- mensagens sem abreviaturas
- 4 a 6 linhas no visor
- Fatorização em números primos. MDC e MMC.
- Indicação de dízima infinita periódica

NOVIDADE:

- Tecla de simplificação de frações
- Memória PreAns
- Tecla de cálculo do resto da divisão
- Tabela numérica para 1 ou 2 funções



**RECOMENDADA
PARA O
2.º e 3.º CICLO**

2. Qual a velocidade média do ciclista durante os primeiros 8 segundos?

3. Observa o seguinte programa em Python. Explique o que faz o programa apresentado.

Linguagem natural		Python
	01	<code>a = float(input("Qual o valor de a? "))</code>
	02	<code>b = float(input("Qual o valor de b? "))</code>
	03	<code>c = (f(b)-f(a))/(b-a)</code>
	04	<code>print("c=",c)</code>

4. E qual foi a velocidade média do ciclista no intervalo [8, 10]?

5. Se ao programa em Python que elaboraste em 1. acrescentar as seguintes linhas.

O que irá calcular este novo programa?

Linguagem natural		Python
função $f(t)$	01	<code>def f(t):</code>
$y \leftarrow t^2 - 3t + 4$	02	<code>y=t**2-3*t+4</code>
devolver y	03	<code>return y</code>
	04	
ler t	05	<code>t=float(input("t="))</code>
definir y como imagem de t	06	<code>y=f(t)</code>
escrever o valor de t	07	<code>print("O valor de t e {}".format(y))</code>
	08	
	09	<code>h=10**-6</code>
	10	<code>fth=f(t+h)</code>
	11	<code>tmv=(f(t+h)-f(t))/h</code>
	12	<code>print(tmv)</code>

6. Adapta o programa anterior, para a partir de uma única execução, completares a tabela de valores da velocidade média do ciclista entre os instantes $t_0 = 8$ e $t_1 = 8 + h$, quando h se aproxima de zero.

Sugestão: Use um ciclo.

h	0,1	0,01	0,001	0,0001
$\frac{f(8+h) - f(8)}{h}$				

Linguagem natural		Python
função $f(t)$	01	<code>def f(t):</code>
$y \leftarrow t^2 - 3t + 4$	02	<code>y=t**2-3*t+4</code>
devolver y	03	<code>return y</code>
	04	
ler t	05	<code>t=float(input("t="))</code>
definir y como imagem de t	06	<code>y=f(t)</code>
escrever o valor de t	07	<code>print("O valor de t e {}".format(y))</code>
	08	
	09	
	10	
	11	
	12	
	13	
	...	

7. De acordo com os valores da tabela, estime a velocidade, em m/s, do ciclista no instante $t = 8s$.

Verificamos, que à medida que h tende para 0 ($h \rightarrow 0$), a taxa média de variação da função f no intervalo $[8, 8+h]$ tende para 13.

Escrevemos

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(8+h) - f(8)}{h} = 13 \text{ m/s}$$

A este limite também se chama derivada da função f no ponto $t = 8s$.

8. Estime a velocidade, em m/s, que o ciclista atingiu aos 10s.

FIM.

Programa

O programa vai “crescendo”, no sentido de se ir completando para permitir coisas novas, como:

- calcular a imagem de uma função, distância percorrida pelo ciclista – exercício 1;
- determinar a taxa média de variação num intervalo fornecido pelo utilizador – exercício 3;
- determinar a taxa média de variação num intervalo $[t, t + 10^{-6}]$, sendo t dado pelo utilizador – exercício 5;
- determinar a taxa média de variação nos intervalos $[t, t + 10^{-1}]$, $[t, t + 10^{-2}]$, $[t, t + 10^{-3}]$, $[t, t + 10^{-4}]$, $[t, t + 10^{-5}]$, sendo t dado pelo utilizador – exercício 6 e 8;

Escrita de cada um dos programas que servem de resposta às questões da tarefa proposta.

1.

Linguagem natural		Python (ciclista.py)
função $f(t)$	01	<code>def f(t):</code>
$y \leftarrow t^2 - 3t + 4$	02	<code>y=t**2-3*t+4</code>
devolver y	03	<code>return y</code>
	04	
ler t	05	<code>t=float(input("t="))</code>
definir y como imagem de t	06	<code>y=f(t)</code>
escrever o valor de t	07	<code>print("Percorreu {}".format(y))</code>

Nome do ficheiro: ciclista.py

Por exemplo:

```

def f(t):
    y=t**2-3*t+4
    return y

t=float(input("t="))
y=f(t)
print("Percorreu {}".format(y))

```

Por exemplo:

```

* SHELL Initialized *
>>>from ciclista impo
t=8
Percorreu 44.0
>>>
>>>
>>>

```

3.

Nome do ficheiro: tmv.py

Por exemplo:

```

def f(t):
    y=t**2-3*t+4
    return y

a=float(input("Qual o
b=float(input("Qual o
c=(f(b)-f(a))/(b-a)
print("c=",c)

```

Por exemplo:

```
MicroPython v1.9.4
|CASIO COMPUTER CO.,
>>>from tmv import *
Qual o valor de a?2
Qual o valor de b?5
c= 4.0
>>>
```

5.

Linguagem natural		Python
função f(t) y ← t² - 3t + 4 devolver y	01	def f(t):
	02	y=t**2-3*t+4
	03	return y
	04	
ler t	05	t=float(input("t="))
definir y como imagem de t	06	y=f(t)
escrever o valor de t	07	print("O valor de t e {}".format(y))
	08	
	09	h=10**-6
	10	fth=f(t+h)
	11	tmv=(f(t+h)-f(t))/h
	12	print(tmv)

Nome do ficheiro: ciclist5.py

```
ciclist5.py 001/012
def f(t):
    y=t**2-3*t+4
    return y

t=float(input("t="))
y=f(t)
print("Percorreu {}".format(y))
```

```
ciclist5.py 012/012
y=f(t)
print("Percorreu {}".format(y))

h=10**-6
fth=f(t+h)
tmv=(f(t+h)-f(t))/h
print(tmv)
```

```
ciclist5.py 007/012
orreu {}".format(y))

-f(t))/h
```

Por exemplo:

```
* SHELL Initialized *
>>>from ciclist5 impo
t=8
Percorreu 44.0
13.00000098325427
>>>
>>>
```

6.

Linguagem natural		Python
função f(t)	01	def f(t):
$y \leftarrow t^2 - 3t + 4$	02	$y = t^2 - 3t + 4$
devolver y	03	return y
	04	
ler t	05	t=float(input("t="))
definir y como imagem de t	06	y=f(t)
escrever o valor de t	07	print("O valor de t e {}".format(y))
	08	
	09	for i in range (1,6):
	10	h=10*(-i)
	11	fth=f(t+h)
	12	tmv=(f(t+h)-f(t))/h
	13	print(tmv)
	...	

Nome do ficheiro: ciclist6.py

```

ciclist6.py 001/013
def f(t):
    y=t**2-3*t+4
    return y

t=float(input("t="))
y=f(t)
print("O valor de t e {}".format(y))

```

```

ciclist6.py 013/013
print("O valor de t e {}".format(t))

for i in range (1,6):
    h=10*(-i)
    fth=f(t+h)
    tmv=(f(t+h)-f(t))/h
    print(tmv)

```

```

ciclist6.py 007/013
print("O valor de t e {}".format(t))

for i in range (1,6):
    h=10*(-i)
    fth=f(t+h)
    tmv=(f(t+h)-f(t))/h
    print(tmv)

```

Por exemplo:

```

O valor de t e 8.0
13.100000000000002
13.009999999999988
13.0009999999998849
13.0000999999994245
13.000010000004158
>>>

```

8.

Nome do ficheiro: ciclist6.py

Por exemplo:

```

O valor de t e 10.0
17.099999999999994
17.009999999999908
17.000999999999338
17.000099999999313
17.0000099999989015
>>>

```



ÂNGULO ENTRE VETORES (no plano ou no espaço)

ANO: 11º Ano | Matemática A

MATERIAL/MENU(S) UTILIZADO(S):

Menu: Python

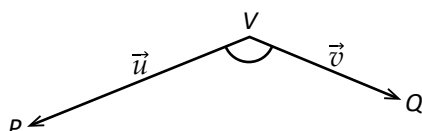


Figura 1

Dados dois vetores $\vec{u}$ e $\vec{v}$, não nulos, no plano ou no espaço, chama-se ângulo dos vetores $\vec{u}$ e $\vec{v}$ a qualquer ângulo convexo, nulo ou raso, PVQ tal que $\vec{u} = \vec{VP}$ e $\vec{v} = \vec{VQ}$.

Dados dois vetores $\vec{u}$ e $\vec{v}$, não nulos, no plano ou no espaço, tem-se:

$$\cos(\vec{u} \wedge \vec{v}) = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{\|\vec{u}\| \times \|\vec{v}\|}$$

Observa-se que $(\vec{u} \wedge \vec{v}) = \arccos\left(\frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{\|\vec{u}\| \times \|\vec{v}\|}\right)$

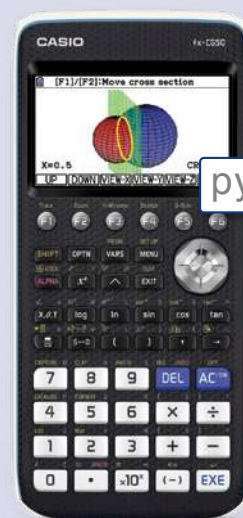
1. Escreva um programa em *Python* que leia as coordenadas dos pontos que definem dois vetores $\vec{AB}$ e $\vec{CD}$, não nulos, no plano ou no espaço. Após deixar uma linha em branco, o programa deve apresentar (com a apresentação igual à do exemplo que se segue) a amplitude do ângulo entre os dois vetores e a respetiva classificação do ângulo.

Calculadora Gráfica CASIO fx-CG50

O ecrã de alta resolução com expressões em formato natural, permite a introdução de funções, raízes quadradas, expressões numéricas como vê representado no seu livro de texto.

Características técnicas:

- 3D
- Ecrã de alta definição com mais de 65.000 cores
- Função de colocar pontos numa imagem e vídeo
- 7 cores disponíveis em muitas aplicações
- Cor de ligação nos gráficos para fácil compreensão
- Simples ligação ao PC. Funciona como memória externa.
- Cabos incluídos
- Frações
- Passagem de decimal para fração e vice-versa
- 1ª e 2ª derivada numérica
- Sistema de equações (* numérico *) (max 6 incógnitas)
- Equações polinomiais (* numérico *) (max 6º grau)
- Cálculos estatísticos, Regressões e respetivos coeficientes
- Gráficos Estatísticos
- Tabela periódica (ADD-in)
- Folha de cálculo



python

Exemplo no plano:

Calcular o angulo formado por 2 vetores 1:Plano 2:Espaco Opcao 1 ou 2? A↔a	Opcao 1 ou 2?1 Vetor AB xA=4 yA=0 xB=0 yB=3 A↔a	yB=3 VetorCD xC=3 yC=-4 xD=-2 yD=-5 A↔a
yD=-5 Amplitude do angulo formado pelos vetores AB e CD: 48.2 graus. Angulo agudo. >>> RUN A↔a CHAR		

Exemplo no espaço:

Calcular o angulo formado por 2 vetores 1:Plano 2:Espaco Opcao 1 ou 2? A↔a	2:Espaco Opcao 1 ou 2?2 Vetor AB xA=1 yA=-1 zA=0 A↔a	Vetor AB xA=1 yA=-1 zA=0 xB=2 yB=-3 zB=1 A↔a
yB=-3 zB=1 Vetor CD xC=0 yC=-4 zC=-1 A↔a	Vetor CD xC=0 yC=-4 zC=-1 xD=2 yD=1 zD=3 A↔a	zD=3 Amplitude do angulo formado pelos vetores AB e CD: 104.1 graus. Angulo obtuso. >>> RUN A↔a CHAR

Proposta de Resolução

```

1  from math import *
2
3  def Pnorma(a,b):
4      n = sqrt(a**2+b**2)
5      return(n)
6  def Pescalar(a1,a2,b1,b2):
7      e = a1*b1+a2*b2
8      return(e)
9  def Enorma(a,b,c):
10     n = sqrt(a**2+b**2+c**2)
11     return(n)
12 def Eescalar(a1,a2,a3,b1,b2,b3):
13     e = a1*b1+a2*b2+a3*b3
14     return(e)
15
16 print("\n    Calcular o angulo \nformado por 2 vetores")
17 print("\n    1:Plano")
18 print("    2:Espaco")
19 x = input("Opcao 1 ou 2?")
20 while ord(x) !=49 and ord(x) !=50:
21     print("\n    Calcular o angulo \nformado por 2 vetores")
22     print("\n    1:Plano")
23     print("    2:Espaco")
24     x = input("Opcao 1 ou 2?")
25
26 if x=="1":
27     print("\nVetor AB")
28     xA = float(input("xA="))
29     yA = float(input("yA="))
30     xB = float(input("xB="))
31     yB = float(input("yB="))
32     print("\nVetor CD")
33     xC = float(input("xC="))
34     yC = float(input("yC="))
35     xD = float(input("xD="))
36     yD = float(input("yD="))
37
38     xAB = xB-xA
39     yAB = yB-yA
40     xCD = xD-xC
41     yCD = yD-yC
42
43     e = Pescalar(xAB,yAB,xCD,yCD)
44     n1 = Pnorma(xAB,yAB)
45     n2 = Pnorma(xCD,yCD)
46     cosseno = e/(n1*n2)

```

```

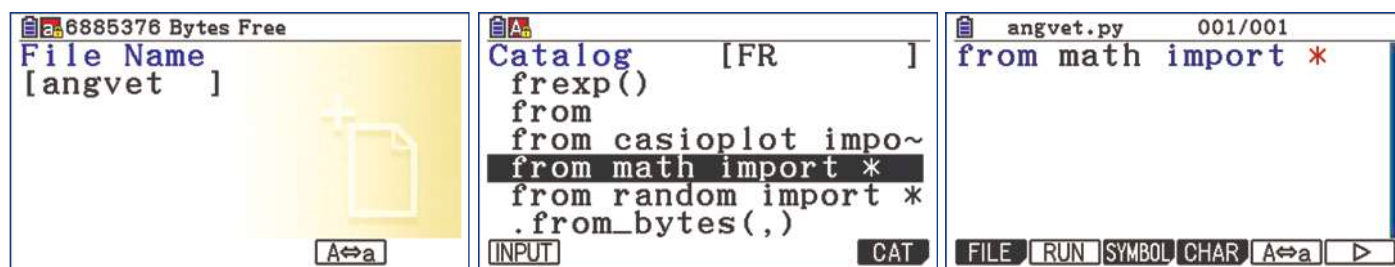
47  #Amplitude em graus
48  ang = acos(cosseno)*180/pi
49
50  else:
51      print("\nVetor AB")
52      xA = float(input("xA="))
53      yA = float(input("yA="))
54      zA = float(input("zA="))
55      xB = float(input("xB="))
56      yB = float(input("yB="))
57      zB = float(input("zB="))
58      print("\nVetor CD")
59      xC = float(input("xC="))
60      yC = float(input("yC="))
61      zD = float(input("zD="))
62      xD = float(input("xD="))
63      yD = float(input("yD="))
64      zD = float(input("zD="))
65
66      xAB = xB-xA
67      yAB = yB-yA
68      zAB = zB-zA
69      xCD = xD-xC
70      yCD = yD-yC
71      zCD = zD-zC
72
73      e = Eescalar(xAB,yAB,zAB,xCD,yCD,zCD)
74      n1 = Enorma(xAB,yAB,zAB)
75      n2 = Enorma(xCD,yCD,zCD)
76      cosseño = e/(n1*n2)
77      #Amplitude em graus
78      ang = acos(cosseno)*180/pi
79
80  print("\nAmplitude do angulo \nformado pelos vetores \nAB e
81  CD: {:.1f} graus.".format(ang))
82  if cosseño==0:
83      print("Angulo reto.")
84  elif cosseño==1:
85      print("Angulo nulo.")
86  elif cosseño== -1:
87      print("Angulo raso.")
88  elif cosseño>0:
89      print("Angulo agudo.")
90  else:
91      print("Angulo obtuso.")

```

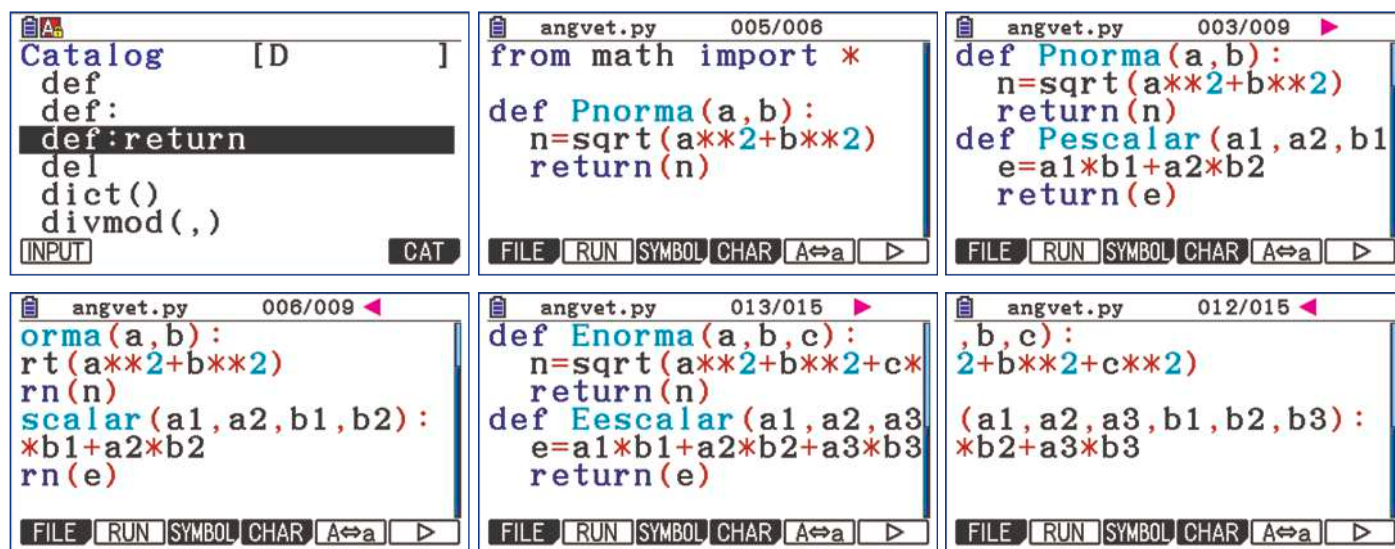
Escrever o script passo-a-passo

Entrar no menu Python e pressionar **[F3]** (New). Escrever “angvet” e carregar em **[EXE]**.

Começar por importar o módulo *math*, escrevendo “from math import*”, disponível no catálogo (**[SHIFT]** **[4]**).



Colocar o cursor na linha 03 usando a tecla **[EXE]** para passar para a linha seguinte. Para definir a função “Pnorma” que irá calcular a norma de um vetor no plano, abrir o catálogo e escolher a opção “def: return”. De seguida, completar a estrutura com o nome da função, os *argumentos* e o *corpo* da função. Proceder do mesmo modo para definir as funções Pescalar (produto escalar no plano), Enorma (norma de um vetor no espaço) e Eescalar (produto escalar no espaço).



Colocar o cursor na linha 16. Informar o utilizador do objetivo do programa e ler a sua escolha, usando a função *input*. O valor escolhido (“1” ou “2”) será atribuído a uma variável *x* do tipo *str* (cadeia de caracteres).



Na linha 20, pressionar **[F6]** (**[>]**) **[F1]** (COMMAND) **[F6]** (while). Escrever a condição que irá controlar o ciclo *while* e usar a opção *copy/paste* da calculadora para escrever o corpo do ciclo, copiando as linhas 16 a 19 e acrescentando dois espaços de indentação.

Nota: A função *ord* recebe um carácter e devolve o inteiro que lhe está associado no código ASCII (49 no caso do “1” e 50 no caso do “2”). Enquanto o utilizador não responde “1” ou “2”, o programa repete a mensagem. Esta opção foi escolhida para que a introdução de “a”, por exemplo, não provoque uma mensagem de erro e a interrupção do programa.

```

angvet.py 021/025
x=input("Opcao 1 ou 2")
while ord(x)!=49 and ord(x)!=50:
    print("\n Calcula o angulo \n informado")
    print("\n 1:Plano")
    print("\n 2:Espaco")
    x=input("Opcao 1 ou 2?")

angvet.py 021/025
?")
ord(x)!=50:
r o angulo \n informado")
)
2?")

angvet.py 021/025
mado por 2 vetores")

```

Colocar o cursor na linha 26 e criar uma estrutura condicional *if*.

Se o utilizador escolher "1" (plano), proceder à leitura das coordenadas dos pontos A, B, C e D.

Seguidamente, calcular as coordenadas dos vetores $\vec{AB}$ e $\vec{CD}$.

```

angvet.py 032/032
if x=="1":
    print("\nVetor AB")
    xA=float(input("xA="))
    yA=float(input("yA="))
    xB=float(input("xB="))
    yB=float(input("yB="))

angvet.py 031/032
=="1":
int("\nVetor AB")
=float(input("xA="))
=float(input("yA="))
=float(input("xB="))
=float(input("yB="))

angvet.py 037/037
yB=float(input("yB="))
print("\nVetor CD")
xC=float(input("xC="))
yC=float(input("yC="))
xD=float(input("xD="))
yD=float(input("yD="))

angvet.py 036/037
=float(input("yB="))
int("\nVetor CD")
=float(input("xC="))
=float(input("yC="))
=float(input("xD="))
=float(input("yD="))

angvet.py 040/043
yD=float(input("yD="))

xAB=xB-xA
yAB=yB-yA
xCD=xD-xC
yCD=yD-yC

```

Colocar o cursor na linha 43. Atribuir o produto escalar, a norma de $\vec{AB}$ e a norma de $\vec{CD}$ às variáveis "e", "n1" e "n2", respetivamente, chamando às funções definidas nas linhas 03 a 08.

Na linha 46, calcular o cosseno do ângulo.

Escrever # (disponível no separador [F4] (CHAR)) para inserir um comentário na linha 47.

Por último, na linha 48, calcular a amplitude do ângulo (em radianos) com a função *arccos* e converter o valor em graus.

```

angvet.py 049/049
e=Pescalar(xAB,yAB,
n1=Pnorma(xAB,yAB)
n2=Pnorma(xCD,yCD)
cosseno=e/(n1*n2)
#Amplitude em graus
ang=acos(cosseno)*1

angvet.py 043/049
lar(xAB,yAB,xCD,yCD)
ma(xAB,yAB)
ma(xCD,yCD)
=e/(n1*n2)
ude em graus
s(cosseno)*180/pi

```

Na linha 50, escrever "else:" para tratar o caso em que o utilizador escolheu "2" (espaço).

Usar a opção *copy/paste* da calculadora para escrever as linhas 51 a 78.

```

angvet.py 050/075 ▶
else:
    print("\nVetor AB")
    xA=float(input("xA="))
    yA=float(input("yA="))
    zA=float(input("zA="))
    xB=float(input("xB="))
    yB=float(input("yB="))

angvet.py 057/077 ▶
zB=float(input("zB="))
print("\nVetor CD")
xC=float(input("xC="))
yC=float(input("yC="))
zC=float(input("zC="))
xD=float(input("xD="))
yD=float(input("yD="))

angvet.py 064/079 ▶
zD=float(input("zD="))
xAB=xB-xA
yAB=yB-yA
zAB=zB-zA
xCD=xD-xC
yCD=yD-yC

angvet.py 071/080 ▶
zCD=zD-zC

e=Eescalar(xAB,yAB,
n1=Enorma(xAB,yAB,z
n2=Enorma(xCD,yCD,z
cosseno=e/(n1*n2)
#Amplitude em graus

angvet.py 073/079 ◀▶
yAB,zAB,xCD,yCD,zCD)
AB,zAB)
CD,zCD)
2)
raus

angvet.py 079/080 ▶
e=Eescalar(xAB,yAB,
n1=Enorma(xAB,yAB,z
n2=Enorma(xCD,yCD,z
cosseno=e/(n1*n2)
#Amplitude em graus
ang=acos(cosseno)*1

angvet.py 079/090 ▶
print("\nAmplitude do
if cosseno==0:
    print("Angulo reto.
elif cosseno==1:
    print("Angulo nulo.
elif cosseno== -1:

```

Colocar o cursor na linha 80 e apresentar ao utilizador a amplitude do ângulo formado pelos vetores, arredondada às décimas, usando o método *format*.

Para finalizar, criar uma estrutura condicional do tipo *if – elif – else*, para classificar o ângulo, consoante o valor do cosseno.

```

angvet.py 079/090 ▶
print("\nAmplitude do
if cosseno==0:
    print("Angulo reto.
elif cosseno==1:
    print("Angulo nulo.
elif cosseno== -1:

angvet.py 080/090 ◀▶
    angulo \nformado pel
")
")

angvet.py 080/090 ◀▶
    os vetores \nAB e CD:

angvet.py 080/090 ◀▶
    {:.1f} graus.".forma

angvet.py 080/090 ◀▶
    graus.".format(ang))

angvet.py 086/091 ▶
elif cosseno== -1:
    print("Angulo raso.
elif cosseno>0:
    print("Angulo agudo
else:
    print("Angulo obtus

angvet.py 090/091 ◀▶
cosseno== -1:
nt("Angulo raso.")
cosseno>0:
nt("Angulo agudo.")
nt("Angulo obtuso.")

```

Carregar em **F2**(RUN) **F1**(Sim) e experimentar o programa.

Notas pedagógicas:

1 – Sinopse

No âmbito da disciplina de Matemática A, domínio de Geometria, pretende-se que o aluno seja capaz de reconhecer, analisar e aplicar a noção de produto escalar na determinação do ângulo entre dois vetores. A tarefa apresentada propõe a criação de um programa em *Python* que leia as coordenadas dos pontos que definem dois vetores, não nulos, no plano ou no espaço, e que apresente a amplitude do ângulo entre os dois vetores e a respetiva classificação do ângulo.

2 – Objetivos de aprendizagem

- Reconhecer, analisar e aplicar na resolução de problemas a noção de produto escalar, nomeadamente na determinação do ângulo entre dois vetores.
- Resolver problemas que mobilizem os conhecimentos adquiridos ou fomentem novas aprendizagens, em contextos matemáticos, recorrendo às funcionalidades da calculadora, às suas potencialidades e aplicações.
- Desenvolver o pensamento computacional através da utilização da linguagem *Python*.

3 – Estratégias de ensino

Num primeiro momento, o aluno resolve analiticamente, recorrendo à noção de produto escalar, no plano, a seguinte questão:

“Considere, num plano munido de um referencial ortonormado, os pontos $A(1,2)$, $B(2,4)$, $C(-1,2)$ e $D(-2,5)$. Determine a amplitude do ângulo formado pelos vetores $\overrightarrow{AB}$ e $\overrightarrow{CD}$.”

De seguida, o aluno elabora um programa em *Python* que permita responder à questão anterior e comparar com o resultado obtido analiticamente. O aluno experimenta e testa o programa com outros pontos.

O professor apresenta, em grupo turma, alguns dos programas elaborados pelos alunos e analisa as opções efetuadas no que diz respeito, por exemplo, às variáveis, às operações e às funções utilizadas.

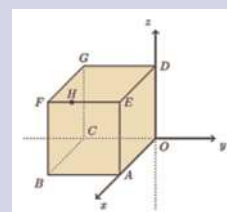
Num segundo momento, o professor propõe estender, ao espaço, a determinação do ângulo entre dois vetores, a partir do enunciado da seguinte questão:

“Na figura está representado, num referencial o.n. $Oxyz$ o cubo $[OABCDEFG]$, de aresta 3. Sabe-se que:

- os pontos A e D pertencem aos semieixos positivos Ox e Oz , respetivamente;
- o ponto C pertence ao semieixo negativo Oy ;
- o ponto H tem coordenadas $(3, -2, 3)$.

Seja a a amplitude, em graus, do ângulo AHC .

Determine o valor da amplitude do ângulo a .”



(Adaptada do Exame Nacional de 12º, 2014, 2ª fase)

O professor apresenta, em grupo turma, alguns dos programas elaborados pelos alunos e analisa as opções efetuadas.

Por último, o professor propõe a criação de um único programa que leia as coordenadas dos pontos que definem dois vetores $\overrightarrow{AB}$ e $\overrightarrow{CD}$ não nulos, no plano ou no espaço.

4 – Questões para discussão e recomendações

Analisar com o aluno possíveis extensões ao programa criado, como por exemplo:

- Solicitar um arredondamento específico (décimas, centésimas, milésimas);
- Alterar/alternar a unidade de medida da amplitude dos ângulos (graus/radianos);
- Determinar a amplitude do ângulo entre as retas definidas pelos dois vetores iniciais.

5 – Referências

- Aprendizagens Essenciais. (2018). Lisboa: Direção Geral da Educação.
- Exame Nacional 12º ano, 2014, 2ª fase.

Autor: Inês Campos apresentada na formação

Revisão: Grupo Casio+

Sem custos
de envio!

DEPOIS DE DEVIDAMENTE
PREENCHIDA, envie através
de uma das seguintes formas:

Correio:**CASIO PORTUGAL**

Parque das Nações
Rua do Polo Sul, N.º 2, 4.º A
1990-273 Lisboa

Email: casioportugal@casio.pt ou
teresajorge@casio.pt

Fax: 218 939 179

IVA incluído à taxa de 23%

**Aproveite agora este preço
promocional exclusivo**

Encomende facilmente!**Passo 1 – CASIO PORTUGAL – envio e receção da nota de encomenda**

- Selecione com uma cruz a calculadora desejada.
- Indique os seus dados pessoais.
- Envie a nota de encomenda por correio ou email casioportugal@casio.pt
- A encomenda só fica validada após envio da declaração de docente indicando o grupo disciplinar e nível de ensino.

Passo 2 – ENAME – faturação e envio da calculadora

O nosso parceiro autorizado ENAME, após a validação do pedido por parte da Casio Portugal, entrará em contacto consigo para o informar da forma de pagamento e envio.

Nota importante:

- Campanha válida para professores de Matemática (grupo 500) e de Física-Química, (grupo 510) e de outros grupos (230, 430, 520 e 550).
- Quantidade limitada a **uma calculadora** da família fx-9860III ou fxCG-50.
- Quantidade limitada a uma calculadora **por professor e por cada dois anos letivos**.
- Não será emitida uma confirmação de encomenda.
- Caso não receba qualquer comunicação da nossa parte, entre em contacto com a CASIO Portugal ou Ename.
- A Casio suporta as despesas de envio.

Contactos:

Informações sobre entregas: 232 188 750 (ENAME) ou 218 939 170 (CASIO PORTUGAL)
Informações Pedagógicas e sobre os produtos: margaridadias@casio.pt

**ESTA NOTA DE ENCOMENDA PODE SER FOTOCOPIADA E ENTREGUE A OUTRO(A) COLEGA
ANEXAR DECLARAÇÃO DE DOCENTE INDICANDO GRUPO DISCIPLINAR E ANO(S) DE ENSINO**

☐ **fx-CG50*** **COM
MODO
EXAME**

Preço professor:
65€ (grupo 500/510)
95€ (grupo 230, 430,
520 e 550) c/IVA

 **python**

☐ **fx-9860GIII*** **COM
MODO
EXAME**

Preço professor:
60€ (grupo 500/510)
67,50€ (grupo 230, 430,
520 e 550) c/IVA

 **python**

☐ **Bolsa**

Preço professor:
10€
c/IVA



ATENÇÃO: FORNEÇA TODOS OS DADOS CORRETAMENTE. A FALTA DE DADOS PODE ATRASAR O ENVIO DA SUA CALCULADORA.

Nome: _____

Morada da escola: _____
(Local de entrega)

Código Postal: _____ - _____ Localidade: _____

Telemóvel: _____ Email: _____

Número de contribuinte: _____ Nome da escola: _____

Disciplina e nível que leciona: _____

Aceito ☐ Não aceito ☐ a Política de Privacidade da CASIO <http://www.casio-calculadoras.com/index.php/politica-de-protecao-de-dados>

Aceito ☐ Não aceito ☐ o envio de informações comerciais por parte da CASIO PORTUGAL

Ao inscrever-se na Base de Dados da Casio Portugal passa a receber periodicamente informação relevante para a sua situação profissional e calculadora utilizada.
De acordo com a lei de proteção de dados pessoais, informamos que os seus dados recolhidos no presente formulário serão objeto de tratamento informático e serão guardados no ficheiro automatizado da responsabilidade da CASIO España S.L. Sucursal em Portugal, com a finalidade de serem utilizados em campanhas de marketing e de publicidade associadas à marca, sendo também utilizados para comunicar informação sobre os produtos, serviços e eventos da CASIO e ainda para solicitar a sua participação em estudos de mercado. "Os dados pessoais recolhidos podem ser transmitidos pela CASIO a (i) subcontratantes pela mesma contratados para efeitos de processamento de dados, pagamentos e envios, assim como às entidades por si participadas no âmbito acima referido. Os dados disponibilizados poderão ser igualmente cedidos a terceiros tais como auditores financeiros ou outros, se necessário, comprometendo-se a CASIO a aplicar as medidas técnicas e organizativas que forem adequadas para a transferência dos dados. Os dados poderão também ser cedidos, nos casos previstos por lei, nomeadamente a autoridades judiciais ou administrativas competentes por razões de controlo, registo e inspeção." "A qualquer momento, e sem qualquer encargo, poderá aceder, corrigir, opor-se, cancelar ou proibir o tratamento dos referidos dados, para efeitos de marketing direto ou outros, escrevendo para a morada da CASIO, sita no Parque das Nações, Rua do Polo Sul, N.º 2, 4.º A, 1990-273 Lisboa ou através do email margaridadias@casio.pt."
"Nos termos da legislação aplicável, terá ainda direito de queixa junto da autoridade de controlo nacional (Comissão Nacional de Proteção de Dados) - site www.cnpd.pt".

*** Sujeito a disponibilidade de stock e os preços podem ser alterados sem aviso prévio.**



Calculadora Gráfica CASIO fx-CG50



Nova linguagem de programação PYTHON



Simulador de probabilidade (App adicional)



TRABALHO DE INVESTIGAÇÃO - FUNÇÃO QUADRÁTICA

ANO: 10º Ano | Matemática A

MATERIAL/MENU(S) UTILIZADO(S):

Menu: Funções e DataLogger

Material: descrito abaixo

1.1. Aprendizagens Essenciais - Objetivos de aprendizagem

- Conhecer, aplicar e criar modelos presentes nas Funções, tirando partido da tecnologia.
- Promover a recolha de dados para modelação com funções, utilizando sensores.
- Fomentar a resolução de problemas, em contexto real, que possam ser modeladas por funções quadráticas.
- Reconhecer, analisar e aplicar a função quadrática na modelação da queda dos graves.

1.2. Ações estratégicas

- Propor a representação de famílias de funções quadráticas, com recurso à tecnologia gráfica, determinando zeros, sinal e vértice das parábolas.
- Promover o estudo da relação entre gráfico da função definida por $f(x) = x^2$ e os gráficos das funções $f(x - a)$, $f(x) + b$, $c f(x)$, com a , b e c números reais, c não nulo, e usá-las na resolução de problemas em contextos de modelação.

1.3. Material

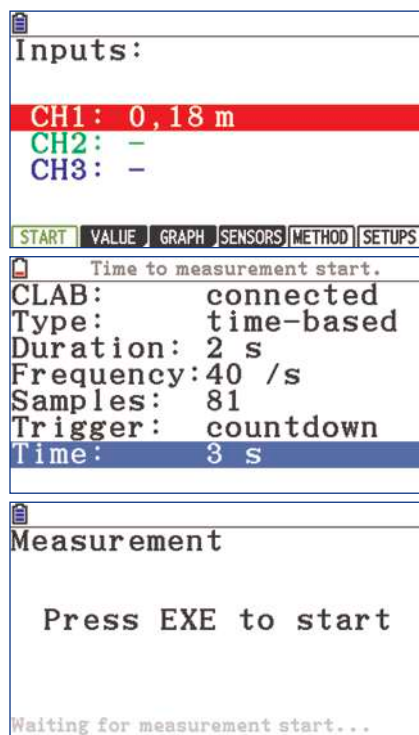
- 1 CLAB
- 1 Calculadora Gráfica Casio fx-CG50 com o Data Logger
- 1 cabo SB-62
- 1 sensor de movimento
- 1 bola
- 1 caixa com abertura





1.4. Montagem do material

Liga os instrumentos de acordo com as indicações da figura ao lado.

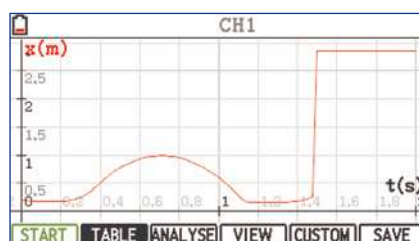


1.5. Procedimentos para a recolha de dados com a calculadora

- Liga a calculadora selecionando o menu Data Logger.
- Dentro do menu confirma que o CLAB está conectado à calculadora.
- Clica em **[F5]** “METHOD” e configura com os seguintes parâmetros:
- Para recolher os dados clica **[F1]** “START” e, quando estiver pronto para iniciar a recolha de dados, pressiona a tecla **[EXE]**.



- Coloca o sensor de movimento no chão, protegido pela caixa com abertura, conforme figura ao lado.
- Coloca uma bola sobre o mesmo, no mínimo a 20 cm de distância, e prepara a calculadora para começar a recolher dados.
- Atira a bola na vertical, para que a mesma se mantenha o mais possível no raio de ação do sensor.
- Apanha a bola no seu movimento descendente, antes que a mesma atinja o sensor.



- Executa o número de experiências necessário até obter um gráfico semelhante ao seguinte:

GUIÃO DE TRABALHO

1. Que tipo de função está representada na parte “curva” da representação gráfica?

2. Usa as potencialidades da calculadora para modelar essa zona do gráfico.

Nota: Para obteres a modelação na calculadora segue os seguintes passos:

- i) Selecciona a opção “ANALYSE” em **[F3]**
- ii) Selecciona **[F6]** “FIT” e escolhe a função que melhor se adapta.
- iii) Adequa convenientemente os extremos usando a tecla **[EXE]**.
- iv) Clica em **[EXIT]** e selecciona **[F6]** “INFO”.

3. Como poderás justificar o valor do parâmetro c indicado.

4. Introdz no menu “GRAPH” a função sugerida pela modelação efetuada pela calculadora, tendo o cuidado de alterar o valor do parâmetro c indicado para $c = 0,2$. Escolhe uma janela de visualização adequada e representa graficamente a função introduzida.

5. Que influência tem a alteração do parâmetro c na representação gráfica obtida.

6. Atendendo ao novo modelo introduzido na calculadora, e tirando partido das suas potencialidades, determina a altura máxima atingida pela bola na realização da experiência e o instante em que tal ocorreu.

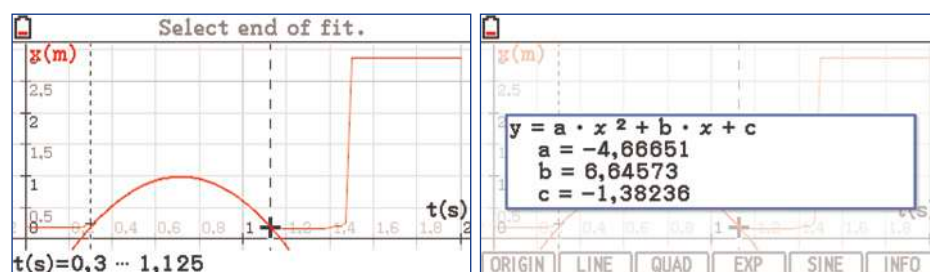
7. Para responderes às próximas questões, supõe que o modelo introduzido na calculadora, após alteração do parâmetro c , é o indicado para descrever a altura da bola ao longo da experiência.

- a. Determina durante quanto tempo esteve a bola acima dos 1,6 m.
- b. Determina o instante em que a bola tocara o chão novamente.

RESOLUÇÃO

1. A parte “curva” da representação gráfica sugere uma parábola. Assim, trata-se de uma função quadrática.

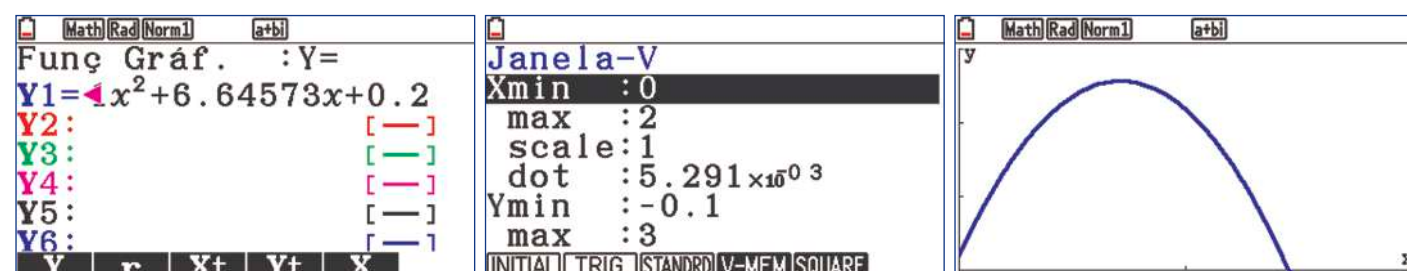
2. Efetuando o sugerido, obtemos o seguinte:



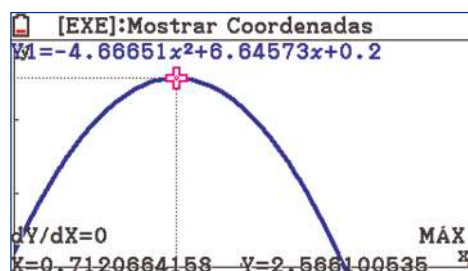
Assim sendo, $f(x) = -4,66651x^2 + 6,64573x - 1,38236$

3. Em termos teóricos, o parâmetro c determina a distância a que a bola se encontrava do chão no instante inicial (20 cm). No entanto, dado que o início do movimento ascendente da bola não coincidiu com o início da recolha de dados, pois na realidade existe uma diferença de cerca de 0,3 segundos entre os dois instantes, o parâmetro c toma um valor inferior ao que seria expectável na teoria. Caso a recolha de dados se iniciasse no mesmo instante em que teve início o movimento da bola, o valor deste parâmetro seria muito próximo de 0,2.

4. Após aceder ao menu “GRAPH”, introduz-se a função sugerida, alterando o valor do parâmetro c , conforme solicitado, tal como se pode observar na figura ao lado. Usando a janela de visualização abaixo, obtém-se a representação gráfica apresentada.

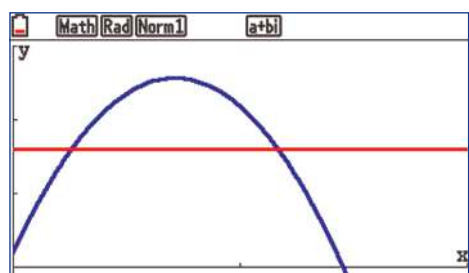


5. Face à representação gráfica obtida na recolha de dados, com a alteração do valor do parâmetro c , a parábola sofreu uma translação vertical associada ao vetor de sentido ascendente e comprimento aproximadamente igual a 1,5.

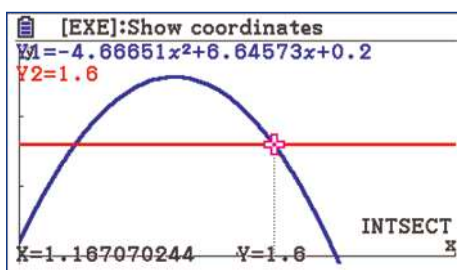
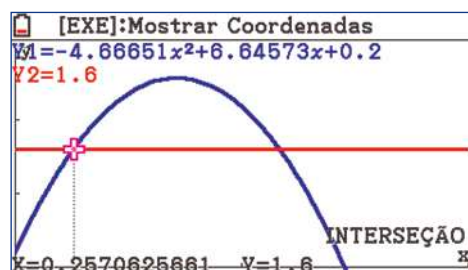


6. Tratando-se de uma parábola, o seu máximo é atingido na ordenada do seu vértice, podendo este ser determinado analiticamente. No entanto, uma vez que é para usar as potencialidades da calculadora, pode solicitar-se o máximo da função, obtendo o ponto de coordenadas (0,712; 2,566). Assim, neste modelo, a bola teria atingido a altura máxima de 2,556 m, no instante 0,712 s. No entanto, como existiu uma alteração do parâmetro c , na experiência efetuada, a altura máxima atingida pela bola foi, aproximadamente, $2,556 - 1,5 = 1,056$ metros. Em relação ao instante em que ocorreu essa altura máxima, este mantém-se igual, uma vez que não existiu nenhuma translação horizontal do gráfico função.

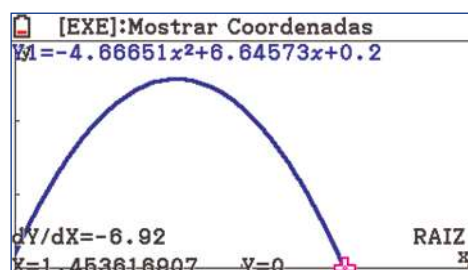
7. a) Para determinar durante quanto tempo a bola esteve acima de 1,6 metros, introduz-se na calculadora uma nova função: $g(x) = 1,6$. Depois de traçar os gráficos, obtém-se a seguinte imagem:



Solicitando os pontos de interseção dos gráficos, obtêm-se os pontos de coordenadas: (0,257; 1,6) e (1,167; 1,6)



Assim, a bola esteve acima dos 1,6 metros entre os instantes 0,257 e 1,167, ou seja, esteve acima dos 1,6 metros durante $1,167 - 0,257 = 0,91$ segundos.



- b) Para descobrir o instante em que a bola tocava novamente no chão, devemos determinar os zeros da função, uma vez que o chão está à altura 0 metros. Pode então verificar-se que a bola atingiria o chão no instante 1,454, isto é, passados 1,454 segundos após o início do seu movimento ascendente.

**Sem custos
de envio!**

DEPOIS DE DEVIDAMENTE
PREENCHIDA, envie através
de uma das seguintes formas:

Correio:

CASIO PORTUGAL

Parque das Nações
Rua do Polo Sul, N.º 2, 4.º A
1990-273 Lisboa

Email: teresajorge@casio.pt

Fax: 218 939 179

IVA incluído à taxa de 23%

**Aproveite agora este preço
promocional exclusivo**

Encomende facilmente!

Passo 1 – CASIO PORTUGAL – envio e receção da nota de encomenda

- Selecione com uma cruz a calculadora desejada.
- Indique os seus dados pessoais.
- Envie a nota de encomenda por correio ou email casioportugal@casio.pt
- A encomenda só fica validada após envio da declaração de docente indicando o grupo disciplinar e nível de ensino.

Passo 2 – ENAME – faturação e envio da calculadora

O nosso parceiro autorizado ENAME, após a validação do pedido por parte da Casio Portugal, entrará em contacto consigo para o informar da forma de pagamento e envio.

Nota importante:

- Campanha válida para professores de Matemática (grupo 500) e de Física-Química, (grupo 510) e de outros grupos (230, 430, 520 e 550).
- Quantidade limitada a **uma calculadora** da família fx-9860III ou fxCG-50.
- Quantidade limitada a uma calculadora **por professor e por cada dois anos letivos**.
- Não será emitida uma confirmação de encomenda.
- Caso não receba qualquer comunicação da nossa parte, entre em contacto com a CASIO Portugal ou Ename.
- A Casio suporta as despesas de envio.

Contactos:

Informações sobre entregas: 232 188 750 (ENAME) ou 218 939 170 (CASIO PORTUGAL)
Informações Pedagógicas e sobre os produtos: margaridadias@casio.pt

ESTA NOTA DE ENCOMENDA PODE SER FOTOCOPIADA E ENTREGUE A OUTRO(A) COLEGA

☐ **fx-82 SPCW***

**MELHOR
OPÇÃO**

Preço professor: **11,95€** c/IVA



☐ **fx-570 SPCW***

Preço professor: **19,95€** c/IVA



☐ **fx-85 SPCW***

Preço professor: **13,95€** c/IVA



☐ **fx-991 SPCW***

**MELHOR
OPÇÃO**

Preço professor: **22,95€** c/IVA



GRUPO 500 ☐ 510 ☐ 230 ☐ 430 ☐ 520 ☐ 550 ☐ OUTRO ☐

ATENÇÃO: FORNEÇA TODOS OS DADOS CORRETAMENTE. A FALTA DE DADOS PODE ATRASAR O ENVIO DA SUA CALCULADORA.

Nome: _____

Morada da escola: _____
(Local de entrega)

Código Postal: _____ - _____ Localidade: _____

Telemóvel: _____ Email: _____

Número de contribuinte: _____ Nome da escola: _____

Disciplina e nível que leciona: _____

Aceito ☐ Não aceito ☐ a Política de Privacidade da CASIO <http://www.casio-calculadoras.com/index.php/politica-de-protecao-de-dados>

Aceito ☐ Não aceito ☐ o envio de informações comerciais por parte da CASIO PORTUGAL

Ao inscrever-se na Base de Dados da Casio Portugal passa a receber periodicamente informação relevante para a sua situação profissional e calculadora utilizada.
De acordo com a lei de proteção de dados pessoais, informamos que os seus dados recolhidos no presente formulário serão objeto de tratamento informático e serão guardados no ficheiro automatizado da responsabilidade da CASIO España S.L. Sucursal em Portugal, com a finalidade de serem utilizados em campanhas de marketing e de publicidade associadas à marca, sendo também utilizados para comunicar informação sobre os produtos, serviços e eventos da CASIO e ainda para solicitar a sua participação em estudos de mercado. "Os dados pessoais recolhidos podem ser transmitidos pela CASIO a (i) subcontratantes pela mesma contratados para efeitos de processamento de dados, pagamentos e envios, assim como às entidades por si participadas no âmbito acima referido. Os dados disponibilizados poderão ser igualmente cedidos a terceiros tais como auditores financeiros ou outros, se necessário, comprometendo-se a CASIO a aplicar as medidas técnicas e organizativas que forem adequadas para a transferência dos dados. Os dados poderão também ser cedidos, nos casos previstos por lei, nomeadamente a autoridades judiciais ou administrativas competentes por razões de controlo, registo e inspeção." A qualquer momento, e sem qualquer encargo, poderá aceder, corrigir, opor-se, cancelar ou proibir o tratamento dos referidos dados, para efeitos de marketing direto ou outros, escrevendo para a morada da CASIO, sita no Parque das Nações, Rua do Polo Sul, N.º 2, 4.º A, 1990-273 Lisboa ou através do email margaridadias@casio.pt.
"Nos termos da legislação aplicável, terá ainda direito de queixa junto da autoridade de controlo nacional (Comissão Nacional de Proteção de Dados) - site www.cnpd.pt".

*** Sujeito a disponibilidade de stock e os preços podem ser alterados sem aviso prévio.**



TRABALHO DE INVESTIGAÇÃO - FUNÇÕES POR RAMOS

ANO: 10º Ano | Matemática A

MATERIAL/MENU(S) UTILIZADO(S):

Menu: Funções e DataLogger

Material: descrito abaixo

1.1. Aprendizagens Essenciais - Objetivos de aprendizagem

- Estudar funções quadráticas relativamente ao sentido das concavidades do seu gráfico, eixo de simetria, contradomínio, zeros, sinal, monotonia e extremos, gráfica e analiticamente.
- Estudar gráfica e analiticamente funções definidas por ramos e utilizá-las em contextos de modelação.
- Estudar funções definidas por ramos relativamente ao domínio e contradomínio.

1.2. Ações estratégicas

- Promover a recolha de dados para modelação com funções, utilizando sensores, na experiência da deslocação de uma bola num plano inclinado.
- Fomentar a resolução de problemas, em contexto real, que possam ser modeladas por funções definidas por ramos.
- Promover o estudo de funções definidas analiticamente com recurso à tecnologia gráfica, nomeadamente através da resolução de problemas em contexto de modelação de funções afins e quadráticas.

1.3. Material

- 1 CLAB
- 1 Calculadora Gráfica Casio fx-CG50 com o Data Logger
- 1 cabo SB-62
- 1 sensor de movimento
- 1 bola
- 2 calhas
- 3 suportes universais
- 3 nozes
- 2 craveiras
- 1 régua transparente
- 1 caixa com abertura



Analizador de Dados C-Lab

O C-Lab é um analisador de dados para Calculadoras e PC, é portátil e fácil de utilizar. Destinado a ser utilizado na sala de aula para Matemática, Ciências e Tecnologia, pode funcionar em qualquer lugar com recurso ao software ECON presente nas calculadoras gráficas atuais. Poderá ainda usar o C-Lab ligado a um PC.

Dados Técnicos

Alimentação	Bateria recarregável. Carregamento via USB, através do computador ou através de um adaptador
Informação do equipamento	Dois LEDs multicores, para a visualização do estado da bateria e medição do buzzer
Processador	Pic32MZ (512Kb SRAM)
Memória	2 MB flash
Resolução	12-bits
Sampling rate	Max 100 000 Hz, em todos os canais em simultâneo
Sensores input	3 sensores input, BT analógico (mão direita) input
Sensor Built-in	Acelerómetro de 3 eixos
Entrada para calculadora	Ficha conetora de 3 pinos para calculadoras CASIO
Entrada para computador	Mini USB
Software de calculadora	CASIO ECON software
Software de computador	Coach 6 Lite (free) ou Coach 6 (licença necessária)
Sensores incluídos	Temperatura e voltagem



Muitos sensores opcionais disponíveis

1.4. Montagem do material

1º - Liga os instrumentos de acordo com as indicações da figura 1.

2º - Utiliza as duas calhas e a caixa para a simulação de um plano inclinado conforme a figura 2.

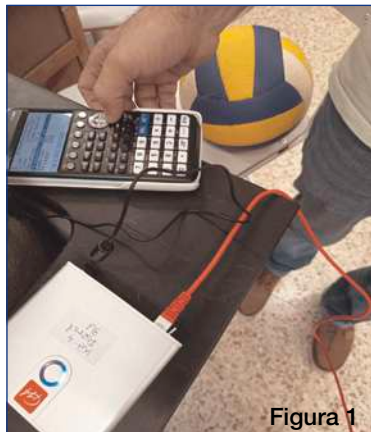
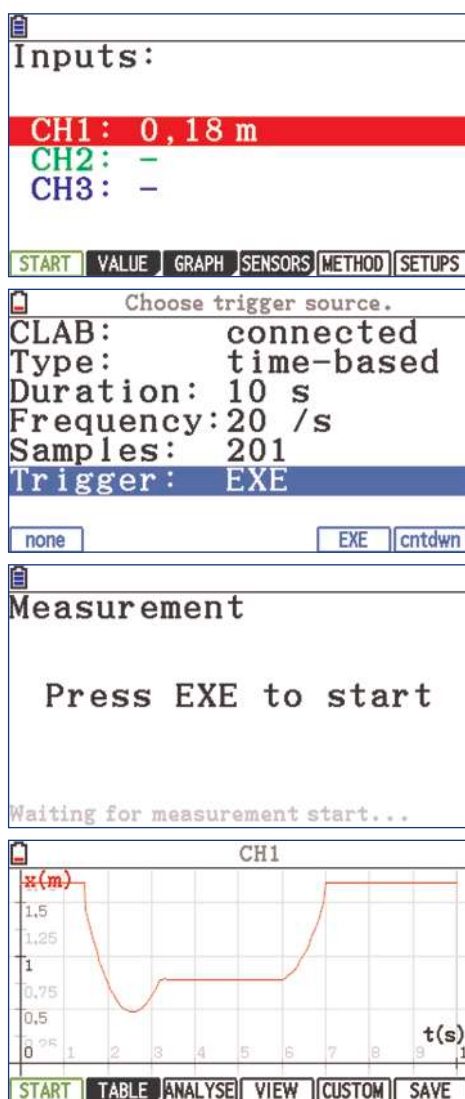


Figura 1



Figura 2

1.5. Procedimentos para a recolha de dados com a calculadora



- Liga a calculadora seleccionando o menu Data Logger.
- Dentro do menu confirma que o CLAB está conectado à calculadora.

- Clica em **[F5]** "METHOD" e configura com os seguintes parâmetros:

- Para recolher os dados clica **[F1]** "START" e, quando estiver pronto para iniciar a recolha de dados, pressiona a tecla **[EXE]**.

- Executa o número de experiências necessário até obter um gráfico semelhante ao seguinte:

GUIÃO DE TRABALHO

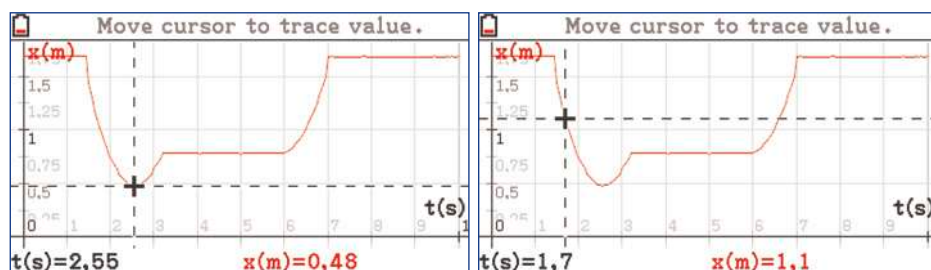
1. Regista o que observas no gráfico que modelou a experiência, tendo em conta as funções estudadas anteriormente.
2. Consegues encontrar uma única expressão analítica que defina a representação gráfica, em todo o seu domínio?
3. Procura uma solução que te permita definir analiticamente a função.
4. Introduz no menu GRAPH a solução que obtiveste. O que observas?
5. Como podes corrigir o problema?
6. Compara agora o teu resultado com o sugerido pela modelação efetuada pela calculadora, usando as potencialidades da mesma.

Nota: Para obteres a modelação na calculadora segue os seguintes passos:

- i) Selecciona a opção **[F3]** “ANALYSE”.
- ii) Selecciona **[F6]** “FIT” e escolhe a função que melhor se adapta.
- iii) Adequa convenientemente os extremos usando a tecla **[EXE]**.
- iv) Clica em **[EXIT]** e selecciona **[F6]** “INFO”.

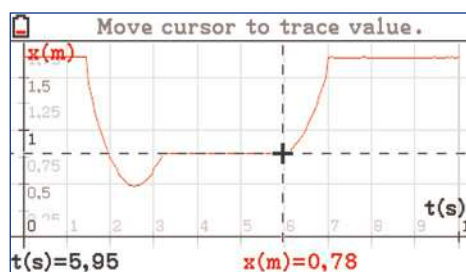
RESOLUÇÃO

1. Na representação gráfica observa-se dois tipos de funções: quadrática e constante.
2. Não, pois, como vimos na questão anterior, ao longo do domínio da função existem diferentes tipos de funções, e, como tal, terão de ser definidos por expressões analíticas distintas. As quadráticas são do tipo $y = ax^2 + bx + c$ e a constante do tipo $y = b$.
3. Para definir a expressão analítica da função quadrática, é necessário conhecer as coordenadas do vértice da parábola e as coordenadas de um outro ponto. Para tal, efetua-se um “TRACE” em **[F1]** para obter as coordenadas necessárias.

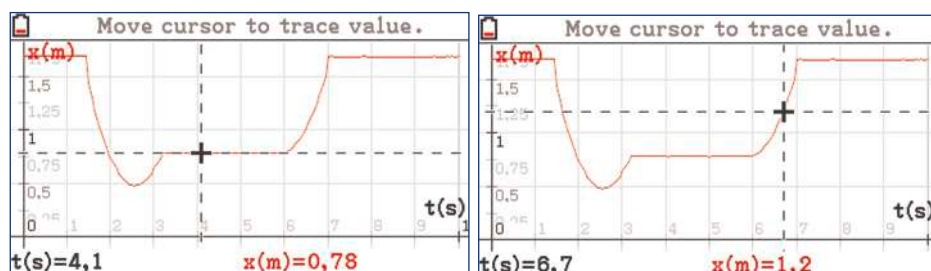


$$\text{Assim, } f_1(x) = a(x-2,55)^2 + 0,48 \Leftrightarrow 1,1 = a(1,7-2,55)^2 + 0,48 \Leftrightarrow a = 0,858$$

$$\text{Logo, } f_1(x) = 0,858(x-2,55)^2 + 0,48 = 0,858x^2 - 4,3758x + 6,98$$



Como f_2 é uma função constante, $f_2(x) = 0,78$

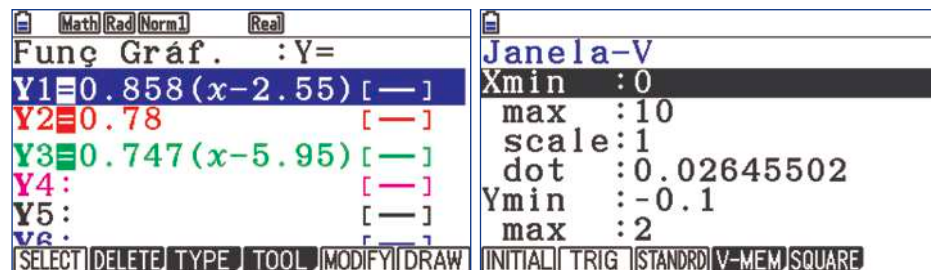


Em relação a f_3 ,

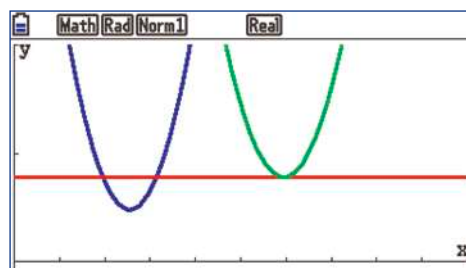
$$f_3(x) = a(x - 5,95)^2 + 0,78 \Leftrightarrow 1,2 = a(6,7 - 5,95)^2 + 0,78 \Leftrightarrow a = 0,747$$

$$\text{Logo, } f_3(x) = 0,747(x - 5,95)^2 + 0,78 = 0,747x^2 - 8,8893x + 36,1825$$

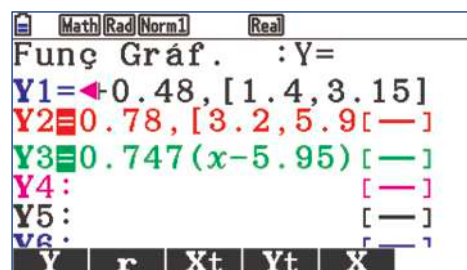
4. Após introduzir no menu “GRAPH” as expressões analíticas encontradas, com a janela de visualização indicada na figura abaixo,



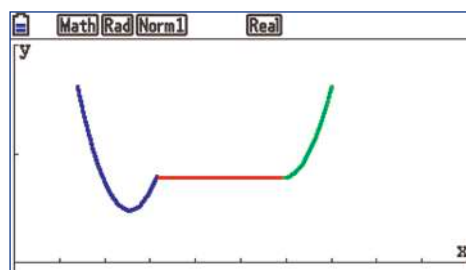
podemos verificar que a imagem obtida não é semelhante à obtida através da experiência realizada. No entanto existem partes do gráfico que se encontram em ambas as representações.



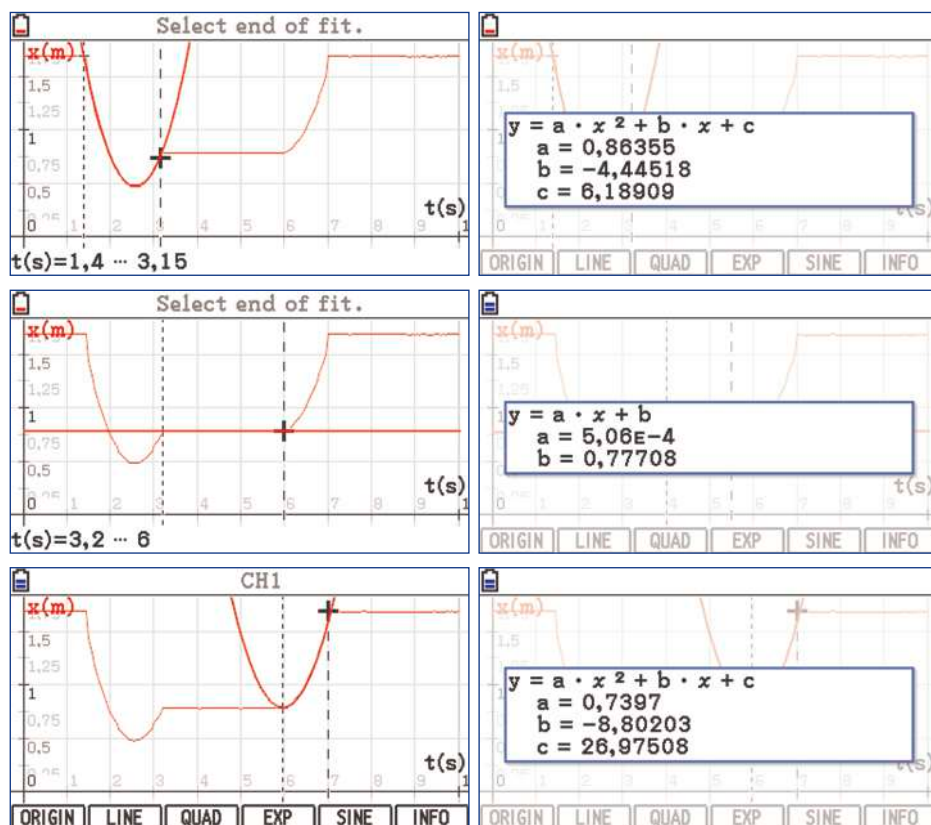
5. Para corrigir o problema, devemos eliminar as partes dos gráficos que não são semelhantes ao pretendido. Para tal, e tendo em conta o que aprendemos antes, devemos definir para cada uma das expressões analíticas, o intervalo no qual a mesma é válida, tendo em atenção a experiência realizada, conforme figura abaixo.



Depois de traçar os respetivos gráficos, obtemos a seguinte representação:



6. Como se pode verificar, os parâmetros obtidos algebricamente são aproximadamente iguais aos obtidos através da modelação efetuada pela calculadora.



Trabalho realizado no âmbito da ação de formação
Modelação com funções e atividades experimentais com sensores e calculadoras gráficas, na Escola Secundária da
Batalha, realizada pelos formandos Ana Barraca, Daniel Cabral, Elisabete Carvalho e Paula Ferreira

O grupo de trabalho CASIO+ tem vindo a desenvolver, em colaboração com a APM e com escolas de todo o país, atividades que promovem o ensino e a aprendizagem da Matemática com recurso às calculadoras CASIO.

Em 2012, o grupo contava com 8 elementos. Em setembro de 2025, passou a contar com 12 elementos, distribuídos por Portugal Continental e pela Região Autónoma da Madeira, o que permite responder a diferentes solicitações de formação e acompanhamento pedagógico nas escolas.

Ao longo do ano letivo, o grupo dinamiza formações *online*, ações de curta duração, os Dias CASIO+ e *webinars*, com uma participação crescente de professores. Este trabalho pretende apoiar a integração da tecnologia nas práticas letivas, valorizando a exploração, investigação, a modelação, o pensamento computacional e a resolução de problemas.

Os elementos que compõem o grupo são:



Ana Margarida Dias
Lisboa
Casio School Coordinator



Ana Paula Jardim
Funchal
Escola Secundária de Francisco Franco



António Cardoso
Reguengos de Monsaraz
Agrup. de Escolas Conde de Monsaraz



Cláudia Diegues
Braga
Agrupamento Escolas Carlos Amarante



Dolcília Almeida
Anadia
Agrupamento de Escolas Águeda Sul



Paula Gomes
Braga
Agrup. de Escolas Carlos Amarantes



Isabel Leite
Vila Verde
Escola Secundária de Vila Verde



Jaime Carvalho e Silva
Coimbra **Coordenador pedagógico**
Dep. Mat. da Universidade de Coimbra



Joaquim Rosa
Paço D'Arcos
Esc. Secundária Luís de Freitas Branco



Manuela Labrusco
Reguengos de Monsaraz
Agrup. de Escolas Conde de Monsaraz



Manuel Marques
Leiria **Coordenador do Grupo**
Escola Secundária Domingues Sequeira



Paula Teixeira
Seixal
Agrupamento de Escolas João de Barros