CASIONEWS

ANO 16 - ANUAL - JUNHO 2025 - NÚMERO 25





Editorial

Ao longo das formações promovidas pelo grupo de trabalho Casio+, professores de Matemática e de Física e Química aceitaram o desafio de integrar tecnologias como calculadoras gráficas nas suas práticas letivas.

As tarefas que aqui apresentamos e que foram o trabalho final de cada formando não se limitaram à exploração técnica da calculadora gráfica. São convites à reflexão sobre as práticas letivas e ao desenho de estratégias centradas nos alunos, com o apoio de ferramentas tecnológicas. Cada atividade teve como objetivo último a construção de uma aprendizagem mais significativa, contextualizada e motivadora.

Estas tarefas mostram, uma vez mais, que a tecnologia, quando colocada ao serviço de uma prática pedagógica clara e centrada no aluno, tem o poder de transformar o ensino. Mostrou, sobretudo, que os professores continuam a ser os principais agentes dessa transformação.

Ana Margarida Simões Dias School Coordinator Casio Portugal Membro do Grupo "CASIO+"

CASIO NEWS

Índice

RETAS PERPENDICULARES
Menu Python
SATÉLITE ENVISAT
Exe-Matriz, Gráfico, Estatística, Gráfico Dinâmico
AS MARÉS - TRIGONOMETRIA
Menu Estatística

Ficha técnica

Propriedade: Casio - Sucursal Portugal

Responsabilidade e Coordenação Geral: Casio - Sucursal Portugal • Ana Margarida S.M. Simões Dias O.S.

Toda a correspondência deve ser enviada para:

Morada: Parque das Nações • Rua do Pólo Sul, N.º 2 - 4.º Andar • 1990-273 Lisboa Telefone: 21 893 91 70 • Fax: 21 893 91 79 • Email: margaridadias@casio.pt



RETAS PERPENDICULARES

ANO: 11º Ano | Matemática A

MATERIAL/MENU(S) UTILIZADO(S):

Menu Python

Calculadora gráfica Casio fx-CG50



https://www.grcodefacil.com/

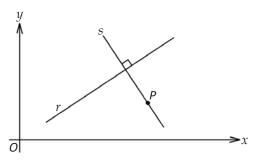


Figura 1

Duas retas r e s do plano, de equações y = mx + b e y = m'x + b', respetivamente, são perpendiculares quando o produto dos declives é igual a -1, isto é, quando $m \times m' = -1$.

Por exemplo, as retas cujas equações se apresentam em seguida são perpendiculares:

$$r: y = 3x - 5$$
 e $s: -\frac{1}{3}x + 2$

1. Escreva um programa em Python que gere aleatoriamente a equação reduzida de uma reta não vertical r, na forma y = mx + b, bem como as coordenadas (x_p, y_p) de um ponto P, em que m, b, x_p e y_p são números inteiros compreendidos entre -9 e 9.

Em seguida, deve ser solicitado ao utilizador que indique o declive e a ordenada na origem de uma reta s, perpendicular à reta r, e que contenha o ponto P.

A ordenada na origem da reta s deverá ser apresentada na forma de fração irredutível, sempre que se trate de um número fracionário.

No final, deverá ser apresentada a equação reduzida da reta s.

Calculadora Científica CASIO - ClassWiz fx82SPCW

O ecrã de alta resolução com expressões em "formato natural" permite mostra frações, raízes e outras operações como vê num livro de texto. O ecrã de alta resolução permite ter um menu por ícones e mensagens sem abreviatura, podendo visualizar 4 a 6 linhas.

Características técnicas:

- Menu por ícones
- Idiomas: castellano, catalán e português
- mensagens sem abreviaturas
- 4 a 6 linhas no visor
- Fatorização em números primos.
 MDC e MMC.
- Indicação de dízima infinita periódica

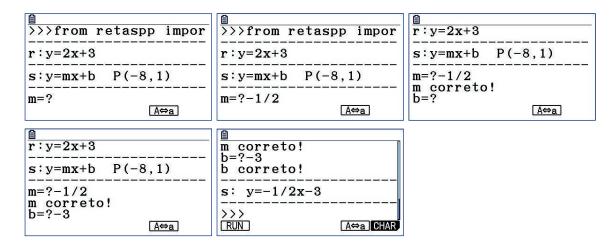
NOVIDADE:

- Tecla de simplificação de frações
- Memória PreAns
- Tecla de cálculo do resto da divisão
- Tabela numérica para 1 ou 2 funções

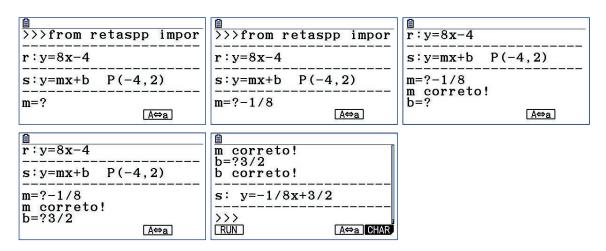


PARA O 2.° e 3.° CICLO

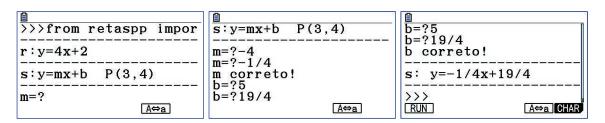
Exemplo 1:



Exemplo 2:



Exemplo 3:



Proposta de Resolução

```
from random import *
2
3
   def mdc(a,b):
4
     while b!=0:
5
       resto = a%b
6
       a = b
7
       b = resto
8
     return(a)
9
10 \, \mathrm{m} = 0
11 while m==0:
12
    m = randint(-9,9)
13 b = randint(-9,9)
14 xP,yP = randint(-9,9), randint(-9,9)
15 print("-"*21)
16 if b>0:
17
    print("r:y={}x+{}".format(m,b))
18 elif b==0:
19
    print("r:y={}x".format(m))
20 else:
    print("r:y={}x{}".format(m,b))
21
22 print("-"*21)
23 print("s:y=mx+b P({},{})".format(xP,yP))
24 print("-"*21)
25
26 #Calculo de m'
27 if m==1:
28
    m1 = "-1"
29 elif m==-1:
    m1 = "1"
30
31 elif m>0:
    m1 = "-1/"+str(m)
32
33 else:
34
    m1 = "1/"+str(-m)
35 r = ""
36 while not r==m1:
37
     r = input("m=?")
38 print("m correto!")
39
40 #Calculo de b'
41 num = m*yP+xP
42 den = m
43 | \text{num2} = \text{abs}(\text{num}//\text{mdc}(\text{num,den}))
44 den2 = abs(den//mdc(num,den))
45 if num%den==0:
     b1 = str(num//den)
46
```

```
47
   elif num/den>0:
48
     b1 = str(num2) + "/" + str(den2)
49
   else:
50
     b1 = "-"+str(num2)+"/"+str(den2)
51
   r = ""
52
   while not r==b1:
53
     r = input("b=?")
54
   print("b correto!")
55
56 print("-"*21)
57
   if num/den>0:
     print("s: y="+m1+"x+"+b1)
58
59
   elif num/den==0:
     print("s: y="+m1+"x")
60
61
   else:
62
     print("s: y="+m1+"x"+b1)
63 print("-"*21)
```

Escrever o script passo-a-passo

Entrar no menu Python e pressionar [F3] (New). Escrever "retaspp" e carregar em [EXE].

Começar por importar o módulo *random*, escrevendo "from random import *", disponível no catálogo (SHFT] [4]).



Colocar o cursor na linha 03 usando a tecla EE para passar para a linha seguinte. Abrir o catálogo e escolher a opção "def: return" para definir a função "mdc" que irá calcular o máximo divisor comum entre dois números inteiros, usando o Algoritmo de Euclides. De seguida, completar a estrutura com o *nome* da função ("mdc"), os *argumentos* ("a" e "b") e o corpo da função.

Nota: Os símbolos "!" e "%" estão disponíveis no separador F4 (CHAR).

```
retaspp.py
                                            003/006
                                                              retaspp.py
                                                                          009/010
                                                           def mdc(a,b):
   while b!=0:
Catalog
              [D
                             from random import *
def
def:
                             def :
                                                                resto=a%b
def:return
                                                                 a=b
                                return
                                                                 b=resto
 dict()
                                                              return(a)
 divmod(,)
                       CAT
                             FILE RUN SYMBOL CHAR A⇔a ▷
                                                           FILE RUN SYMBOL CHAR A⇔a ▷
INPUT
```

Colocar o cursor na linha 10. Usar a função randint() para escolher aleatoriamente os valores de m (declive da reta r), p0 (ordenada na origem da reta p0, p1), p2 (coordenadas do ponto p2).

Nota: O ciclo *while*, nas linhas 11 e 12, faz com que o valor de m não possa ser zero. Para criar a estrutura do ciclo, pressionar $[F6](\triangleright)[F1](COMMAND)[F6]$ (while).

```
012/014
                                                015/016
                                                                                014/016 4
   retaspp.py
                                  retaspp.py
                                                                retaspp.py
     b=resto
                                m=0
  return(a)
                                while m==0:
                                                                9,9)
                                  m=randint(-9,9)
m=0
while m==0:
                                b=randint(-9
                                                 . 9)
                                xP, yP=r and int(-9, 9), r
                                                                (-9, 9), randint (-9, 9)
  m=randint(-9,9)
 if if else if elif for for range while
                                if if else if elif for for range while
                                                                if if-else if-elif for for-range while
```

Na linha 15, escrever print("-"*21) para criar uma linha de separação no Shell.

Nas linhas 16 a 21, criar uma estrutura condicional if – elif – else, pressionando [F2] (if-else).

```
retaspp.py
               020/023
                                               022/023
                                                                              021/023
                                  retaspp.py
                                                               retaspp.py
   yP = randint(-9, 9), r
                                   b>0:
print(
                               print("relif b==0:
                                                               ={}x+{}".format(m,b))
                                                               ={}x".format(m))
                                  print("r
                                                       for
elif:
                               else:
                                  print("r:y={}x{}"
                                                               ={}x{}".format(m,b))
else:
if if-else if-elif for for-range while
                               if if-else if-elif for for-range while
                                                               if if-else if-elif for for-range while
```

Usar a opção *copy/paste* da calculadora para escrever as linhas 22 e 24. Acrescentar a linha 23. Nesta fase do programa (linhas 15 a 24), o utilizador é informado da equação reduzida da reta r e das coordenadas do ponto *P*.

```
retaspp.py
                 025/026
                                                   023/026 <
                                     retaspp.py
   print('
                         .for
                                  rmat(m))
             r:y=\{\}x
else:
  print("r:y={}x{}"
                                  format(m,b))
         "-"*21)
print("-"*21)
print("s:y=mx+b P({}
print("-"*21)
                                    {})".format(xP,yP))
if if-else if-elif for for-range while
                                  if if-else if-elif for for-range while
```

As linhas 26 a 38 destinam-se à descoberta e verificação do declive da reta s. Uma vez que se pretende apresentar a equação reduzida no final do programa, com valores exatos, o declive será guardado numa variável "m1" do tip str (cadeia de carateres).

Na linha 35, criar uma cadeia de carateres vazia, "r". A resposta do utilizador será guardada nessa variável e comparada com o valor da variável "m1". Quando os valores coincidirem, o utilizador será informado de que o valor do declive está correto.

```
retaspp.py 02
print("-"*21)
                024/035
                                                   035/035
                                                                                     039/039
                                     retaspp.py
                                                                       retaspp.py
                                  elif m==-1:
                                                                    else:
                                     m1 = \frac{1}{1}
                                                                       m1 = "
                                                                             -1/"+str(-m)
#Calculo de m'
                                  elif m>0:
                                                                    r =
                                                                    while not r==m1:
r=input("m=?")
                                     m1 =
if m==1:
                                                 +str(m)
  m1="-1"
                                  else:
elif m==-1:
m1="1"
                                     m1 = "1/" + str(-m)
                                                                    print("m correto!")
 if if-else if-elif for for-range while
                                  if if-else if-elif for for-range while
                                                                    FILE RUN SYMBOL CHAR A⇔a ▷
```

As linhas 40 a 54 destinam-se à descoberta e verificação da ordenada na origem, b', da reta s.

O valor será guardado numa variável "b1" do tip *str*, de modo a ser exibido sob a forma de fração irredutível na equação reduzida da reta *s*.

Nas linhas 41 e 42, as variáveis "num" e "den" correspondem, respetivamente, ao numerador e ao denominador de b'. Recorrendo à função "mdc" e à divisão inteira, são atribuídos valores (positivos) às variáveis "num2" e "den2" de modo a tornar a fração irredutível.

```
#Calculo de b'
num=m*yP+xP
den=m
num2=abs(num//mdc(num
den2=abs(den//mdc(num
file RUN SYMBOL CHAR A⇔a ▷

| retaspp.py 044/045 |
| o de b'
P+xP
| s(num//mdc(num,den))
| s(den//mdc(num,den))
| file RUN SYMBOL CHAR A⇔a ▷
```

Nas linhas 45 a 50, criar uma estrutura condicional *if* – *elif* – *else* para atribuir o valor à variável "b1", em função do seu sinal, usando a concatenação (+) de cadeias de carateres.

```
etaspp.py
num=m*yP+xP
                                                  051/051
                047/051
                                     retaspp.py
                                                                      retaspp.py
                                                                                    050/051
                                     num%den==0
den=m
                                    b1=str(num//den)
                                                                    //den)
num2=abs(num//mdc(num
den2=abs(den//mdc(num
                                  elif num/den>0:
b1=str(num2)+"/"+st
                                                                   2)+"/"+str (den2)
if num%den==0:
                                  else:
                                         "-"+str(num2)+"
  b1=str(num//den)
                                                                    (num2) + "/" + str (den2)
                                    b1 =
elif:
if if-else if-elif for for-range while
                                 if if-else if-elif for for-range while
                                                                   if if-else if-elif for for-range while
```

Na linha 51, criar uma cadeia de carateres vazia, "r". A resposta do utilizador será guardada nessa variável e comparada com o valor da variável "b1".

```
| retaspp.py 055/055 | else:
    b1="-"+str(num2)+"/
    r=""
    while not(r==b1):
        r=input("b=?")
    print("b correto!")

| FILE | RUN | SYMBOL CHAR | A⇔a | D
```

As linhas 56 a 63 destinam-se à apresentação da equação reduzida da reta s, com os valores "m1" e "b1", usando novamente a concatenação de cadeias de carateres.

```
retaspp.py 062/004 %F
retaspp.py 06
print("-"*21)
                062/064
                                                                      retaspp.py
                                                                                    064/064
                                 nt("s:y=
                                                                                 s: y="+m1+"x+
                                                                       print(
                                                                   elif num/den==0:
print("s:y="+m1+
if num/den>0:
                                 num/den==0:
                                 nt("s:y="+m1+"x")
                   "+m1+"x+
   print(
elif num/den==0:
print("s:y="+m1+"x
                                                                    else:
                                                                   print("s:y="+m1+"x
print("-"*21)
                                 nt("s:y="+m1+"x"+b1)
("-"*21)
else:
   print("s:y="+m1+";
if if-else if-elif for for-range while
                                 if if-else if-elif for for-range while
                                                                   if if-else if-elif for for-range while
```

Carregar em [F2] (RUN) [F1] (Sim) e experimentar o programa.

Notas pedagógicas:

1 - Sinopse

No âmbito da disciplina de Matemática A, domínio de Geometria, pretende-se que o aluno crie um jogo em que dada a equação reduzida de uma reta r e as coordenadas de um ponto P, o utilizador descubra o declive e a ordenada na origem de uma reta s, perpendicular à reta r, e que contenha o ponto P.

2 - Objetivos de aprendizagem

- Determinar a equação reduzida de uma reta perpendicular a outra reta e que passe por um determinado ponto.
- Resolver problemas que mobilizem os conhecimentos adquiridos ou fomentem novas aprendizagens, em contextos matemáticos, recorrendo às funcionalidades da calculadora, às suas potencialidades e aplicações.
- Desenvolver o pensamento computacional através da utilização da linguagem Python.

3 - Estratégias de ensino

A aplicação desta tarefa em contexto de sala de aula revelou-se um verdadeiro desafio, quer para os alunos envolvidos, quer para o professor. O carácter lúdico desta proposta acabou por funcionar como um elemento extremamente motivador e que, mesmo nos momentos em que as respostas tardavam em surgir, manteve os alunos focados e motivados até final.

O projeto inicial da tarefa foi testado num grupo de alunos do 12º ano de escolaridade, na disciplina de Matemática A. No geral, os alunos envolvidos possuíam já um domínio razoável dos conceitos fundamentais de Python, apesar de terem tido contacto com esta linguagem de programação apenas no início do ano letivo. Com efeito, grande parte deles nunca tinha sequer utilizado o menu respetivo na sua calculadora Casio.

Numa primeira fase, a tarefa apresentada possuía apenas alguns dos aspetos a trabalhar, de modo a evitar que os alunos se sentissem perdidos, fornecendo-lhes assim um aumento progressivo do grau de dificuldade. Nesta etapa, os parâmetros da reta inicial (declive e ordenada na origem) eram indicados pelo utilizador. O programa limitava-se a calcular o declive de uma reta perpendicular à dada, passando pela origem. Além disso, não havia qualquer preocupação com o modo como esse declive era devolvido pela calculadora, adiando-se assim o maior desafio desta tarefa: a apresentação dos resultados obtidos na forma de fração irredutível.

A pouco e pouco foram sendo integrados todos os elementos que compõem a tarefa na sua forma final. Apesar do elevado grau de dificuldade de alguns dos desafios apresentados, foi gratificante observar a atitude resiliente dos alunos envolvidos, os quais nunca desistiram perante as adversidades.

4 - Questões para discussão e recomendações

Uma vez que esta tarefa pode ser utilizada ela própria como um jogo, surgiram algumas ideias para futuras versões do mesmo, nomeadamente, contabilizar o número total de acertos após um certo número de equações geradas. Segundo os alunos, esta ideia permitiria que se enalteça o conceito de *record pessoal*, o que tornaria o programa mais atrativo.

5 - Referências

Autor: Jorge Garradas apresentada na formação "Iniciação à programação em Python com a calculadora gráfica"

Revisão: GRUPO CASIO+

CASIO 2025 / 2026



NOTA DE ENCOMENDA PROFESSORES

Reservado aos serviços da CASIO
N.°
Data da receção//

CLASSWIZ

DEPOIS DE DEVIDAMENTE PREENCHIDA, envie através de uma das seguintes formas:

Correio: CASIO PORTUGAL

Parque das Nações Rua do Polo Sul, N.º 2, 4.º A 1990-273 Lisboa

Email: teresajorge@casio.pt

Fax: 218 939 179

IVA incluído à taxa de 23%

Aproveite agora este preço promocional exclusivo

Encomende facilmente!

Passo 1 - CASIO PORTUGAL - envio e receção da nota de encomenda

- Selecione com uma cruz a calculadora desejada.
- Indique os seus dados pessoais.
- Envie a nota de encomenda por correio ou email casioportugal@casio.pt
- A encomenda só fica validada após envio da declaração de docente indicando o grupo disciplinar e nível de ensino.

Passo 2 - ENAME - faturação e envio da calculadora

O nosso parceiro autorizado ENAME, após a validação do pedido por parte da Casio Portugal, entrará em contacto consigo para o informar da forma de pagamento e envio.

Nota importante:

- Campanha válida para professores de Matemática (grupo 500) e de Física-Química, (grupo 510) e de outros grupos (230, 430, 520 e 550).
- Quantidade limitada a uma calculadora da família fx-9860III ou fxCG-50.
- Quantidade limitada a uma calculadora por professor e por cada dois anos letivos.
- Não será emitida uma confirmação de encomenda.
- Caso não receba qualquer comunicação da nossa parte, entre em contacto com a CASIO Portugal ou Ename.
- A Casio suporta as despesas de envio.

Contactos:

Informações sobre entregas: 232 188 750 (ENAME) ou 218 939 170 (CASIO PORTUGAL) Informações Pedagógicas e sobre os produtos: margaridadias@casio.pt

ESTA NOTA DE ENCOMENDA PODE SER FOTOCOPIADA E ENTREGUE A OUTRO(A) COLEGA

fx-82 SPCW* MELHOR OPÇÃO	☐ fx-570 SPCW*
Preço professor: 11,95€ c/IVA	Preço professor: 19,95€ c/IVA
☐ fx-85 SPCW*	Tx-991 SPCW* MELHOR OPÇÃO
Preço professor: 13,95€ c/IVA	Preço professor: 22,95€ c/IVA
GRUPO 500 510 230 430 520 550 ATENÇÃO: FORNEÇA TODOS OS DADOS CORRETAMENTE. A FALTA I	OUTRO DE DADOS PODE ATRASAR O ENVIO DA SUA CALCULADORA.
Nome:	
Morada da escola:(Local de entrega)	
Código Postal: Localidade:	
Telemóvel:	Carimbo da escola (certifico que é docente nesta escola da disciplina e nível indicado)
Email:	-
Número de contribuinte:	_
Nome da escola:	_
Disciplina e nível que leciona:	
Aceito Não aceito a Política de Privacidade da CASIO http://www.Aceito Não aceito o envio de informações comerciais por parte o	w.casio-calculadoras.com/index.php/politica-de-protecao-de-dados

Ao inscrever-se na Base de Dados da Casio Portugal passa a receber periodicamente informação relevante para a sua situação profissional e calculadora utilizada.

De acordo com a lei de proteção de dados pessoais, informamos que os seus dados recolhidos no presente formulário serão objeto de tratamento informático e serão guardados no ficheiro automatizado da responsabilidade da CASIO España S.L. Sucursal em Portugal, com a finalidade de serem utilizados em campanhas de marketing e de publicidade associadas à marca, sendo também utilizados para comunicar informação sobre os produtos, serviços e eventos da CASIO e ainda para solicitar a sua participação em estudos de mercado. "Os dados pessoais recolhidos podem ser transmitidos pela CASIO a (i) subcontratantes pela mesma contratados para efeitos de processamento de dados, pagamentos e envios, assim como às entidades por si participadas no âmbito acima referido. Os dados disponibilizados poderão ser igualmente cedidos a terceiros tais como auditores financeiros ou outros, se necessário, comprometendo-se a CASIO a aplicar as medidas técnicas e organizativas que forem adequadas para a transferência dos dados. Os dados poderão também ser cedidos, nos casos previstos por lei, nomeadamente a autoridades judiciais ou administrativas competentes por razões de controlo, registo e inspeção."A qualquer momento, e sem qualquer encargo, poderá aceder, corrigir, opor-se, cancelar ou proibir o tratamento dos referidos dados, para efeitos de marketing direto ou outros, escrevendo para a morada da CASIO, sita no Parque das Nações, Rua do Polo Sul, N.º 2, 4.º A, 1990-273 Lisboa ou através do email margaridadias@casio.pt." "Nos termos da legislação aplicável, terá ainda direito de queixa junto da autoridade de controlo nacional (Comissão Nacional de Proteção de Dados) - site www.cnpd.pt".

^{*} Sujeito a disponibilidade de stock e os preços podem ser alterados sem aviso prévio.





SATÉLITE ENVISAT

ANO: 11° Ano | 11° ano Física e Química A MATERIAL/MENU(S) UTILIZADO(S):

Menu: Exe-Matriz, Gráfico, Estatística, Gráfico Dinâmico

Calculadora gráfica Casio fx-CG50



https://www.grcodefacil.com/

O *Envisat*, o maior satélite de observação da Terra construído até hoje, tem uma massa igual a 8211 kg e a sua missão é o estudo científico da Terra, como a análise ambiental e as alterações climáticas.

A figura apresenta um esquema do movimento do satélite *Envisat*, onde R é o raio da Terra, igual a 6400 km, e D a altitude da sua órbita. Admita que o satélite tem um movimento circular uniforme em torno da Terra, com um período de translação, T. O módulo da aceleração centrípeta do satélite, a_c , depende da altitude da sua órbita como se mostra na tabela seguinte:

Tabela 1: Aceleração centrípeta do satélite e altitude da sua órbita

D / km	a _c / ms ⁻²
200	7,10
600	7,52
1000	8,00
1400	8,38
1800	8,82

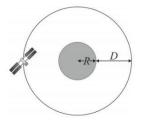


Figura 1: Movimento do satélite Envisat (Imagem obtida em www.space.com (com adaptações)).

Calculadora Gráfica CASIO fx-CG50

O ecrã de alta resolução com expressões em formato natural, permite a introdução de funções, raízes quadradas, expressões numéricas como vê representado no seu livro de texto.

Características técnicas:

- 3D
- Ecrã de alta definição com mais de 65.000 cores
- Função de colocar pontos numa imagem e vídeo
- 7 cores disponíveis em muitas aplicações
- Cor de ligação nos gráficos para fácil compreensão
- Simples ligação ao PC. Funciona como memória externa.
- Cabos incluídos
- Frações
- Passagem de decimal para fração e vice-versa
- 1ª e 2ª derivada numérica
- Sistema de equações (* numérico *) (max 6 incógnitas)
- Equações polinomiais (* numérico *) (max 6° grau)
- Cálculos estatísticos, Regressões e respetivos coeficientes
- Gráficos Estatísticos
- Tabela periódica (ADD-in)
- Folha de cálculo



1. Determine o período do movimento do Envisat a partir da reta de ajuste ao gráfico adequado.

Na sua resposta:

- · deduza a expressão que relaciona o módulo da aceleração centrípeta do satélite e o raio da órbita;
- apresente uma tabela com os valores a utilizar na construção do gráfico e identifique as variáveis consideradas;
- apresente a equação da reta de ajuste a esse gráfico;
- calcule o valor solicitado, em unidades do sistema internacional, com 2 algarismos significativos. Explicite o seu raciocínio, indicando todos os cálculos efetuados.
- 2. O *Envisat* orbita a terra a uma altitude de 8,00x105 m. O módulo da força centrípeta que atua no satélite no seu movimento de translação é:

(A)
$$7.7 \times 10^3 \ N$$

(C)
$$7,7 kN$$

(B)
$$6.4 \times 10^4 \ N$$

(D) 6,4
$$\times$$
 10⁻⁴ N

3. Preveja o que aconteceria à aceleração centrípeta do satélite se o período do movimento duplicasse, mantendo-se a altitude da sua órbita.

Apresente, num texto estruturado e com linguagem científica adequada, a fundamentação da conclusão solicitada.

Proposta de Resolução

1. Determine o período do movimento do *Envisat* a partir da reta de ajuste ao gráfico adequado.

A partir das equações para o movimento circular uniforme disponíveis no formulário:

$$a_c = \frac{v^2}{r}$$
; $v = \omega \times r$; $\omega = \frac{2\pi}{T}$

onde r é o raio da trajetória, ou seja r=R+D, deduzir a equação que relaciona o módulo da aceleração centrípeta com o raio da trajetória:

$$a_c = \frac{(\omega \times r)^2}{r} \rightarrow a_c = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \times r \rightarrow a_c = \frac{4\pi^2}{T^2}(D+R)$$
 (1)

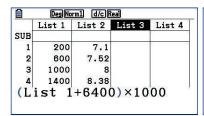
obtendo assim uma relação linear entre o módulo da aceleração centrípeta e o raio da trajetória, para um determinado período de translação.

Na calculadora gráfica, no Menu Estatística (MENU 2), introduzir os valores fornecidos na tabela: *List 1*: altitude em km; *List 2*: módulo da aceleração centrípeta.

	List 1	List 2	List 3	List 4
SUB		N N		60
1	200	7.1		N.
2	600	7.52		
2 3 4	1000	8		
4	1400	8.38		

Numa nova lista (*List 3*) determinar o raio da trajetória expresso em unidades do Sistema Internacional (*SI*): com o cursor sobre *List 3* inserir a fórmula (List 1+R)x1000:

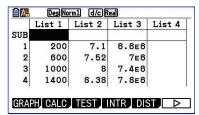
COS SHIFT 1 1 + 6 4 0 0 tan X 1 0 0 EXE



	List 1	List 2	List 3	List 4
SUB		9		6
1	200	7.1	6.6E6	
2	600	7.52	7E6	
2	1000	8	7.4E6	
4	1400	8.38	7.8E6	
35			66	00000

Para um melhor acompanhamento do exercício identificar as grandezas e unidades presentes em cada uma das listas. Para a lista 1, com o cursor na célula abaixo de *List* 1:

SHIFT ALPHA sin • 7 EXE



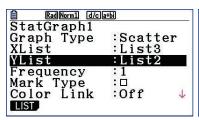
	List 1	List 2	List 3	List 4
SUB				
1	200	7.1	6.6E6	0
2	600	7.52	7E6	
3	1000	8	7.4E6	
4	1400	8.38	7.8E6	

	List 1	List 2	List 3	List 4
SUB	D KM	A MS-2	RM	
1	200	7.1	6.6E6	
2	600	7.52	7E6	
3	1000	8	7.4E6	
4	1400	8.38	7.8E6	
30			66	00000

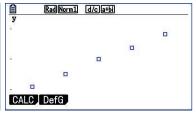
Tabela 2: Valores de *r / m* (variável independente) e a / m s⁻² (variável dependente)

r/m	a _c / ms ⁻²
6,60 x 10 ⁶	7,10
7,00 x 10 ⁶	7,52
$7,40 \times 10^6$	8,00
7,80 x 10 ⁶	8,38
8,20 x 10 ⁶	8,82

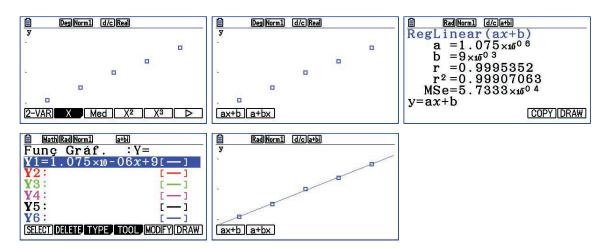
Para obter o gráfico de dispersão (Scatter) do módulo da aceleração centrípeta em função do raio da trajetória, escolher: F1 (GRAPH) seguido de F6 (SET), escolher *Scatter* (F1) e confirmar que em *XList* tem *List* 3 e em *YList* tem *List* 2. Fazer EE para concluir e F1 (GRAPH1) para obter o gráfico desejado.



	List 1	List 2	List 3	List 4
SUB	D KM			
1	200	7.1	6.6E6	8
2	600	7.52	7E6	5
2 3	1000	8	7.4E6	
4	1400	8.38	7.8E6	
			66	00000
GRAF	H1][GRAPH2	GRAPH3 S		SET



A reta de ajuste obtém-se no submenu [F1] (CALC), escolher a regressão linear [F2] (X), e a forma ax+b ([F1]). Copiar o modelo matemático [F5] (COPY) (será copiado para a primeira linha do menu Gráfico), e usar [XE] para voltar à janela com os valores dos parâmetros. Concluir fazendo [F6], DRAW, para visualizar a reta de ajuste.



Transcrever a reta de ajuste¹ aos pontos experimentais, utilizando as variáveis apresentadas na tabela anterior:

$$a_c = 1,08 \times 10^{-6} (R+D) + 0,009 (SI)$$

A partir do declive da reta apresentada, calcular o período do movimento no menu Exe-Matriz (IEN) 1), associando o valor obtido para o declive da reta de ajuste à expressão deduzida (1):

$$\frac{4\pi^2}{T^2} = 1,08 \times 10^{-6} \iff T = 6,0 \times 10^3 \, s$$

e apresentar o resultado com o número de algarismos significativos solicitado.

O período do movimento é 6,0 × 10³ s.

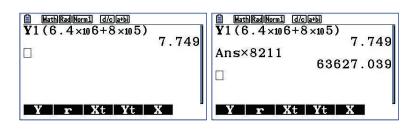
2. O *Envisat* orbita a terra a uma altitude de 8,00 x 105 m. O módulo da força centrípeta que atua no satélite no seu movimento de translação é...

Além do processo analítico esta questão pode ser resolvida, utilizando a calculadora, por dois processos distintos.

Dados:
$$R = 6400 \ km \rightarrow R = 6,400 \times 10^6 \ m; D = 8,0 \times 10^5 \ m; m = 8211 \ kg$$

Resolução com recurso às potencialidades da calculadora gráfica - Menu Exe-Matriz:

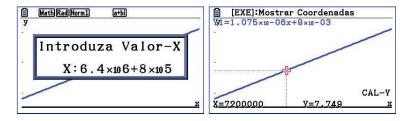
No menu Exe-Matriz (IEN 1) recorrer à tecla IARS, selecionar Graph (F4) para obter a aceleração centrípeta, que é a ordenada do ponto cuja abcissa é a altitude do movimento, na função obtida anteriormente (F1 1 1 2 6 4 2 6 + 8 2 5 1 1 9 e multiplicar pela massa do satélite.



¹ Os arredondamentos em Física e Química seguem regras diferentes da Matemática quando se trata do algarismo 5 (se o algarismo anterior for par mantém-se)

Resolução com recurso às potencialidades da calculadora gráfica - Menu Gráfico:

No menu Gráfico (MENU 5), selecionar a função obtida na alínea anterior e pedir o gráfico. Recorrer ao submenu F5 (G-Solv) (), para obter o valor de Y para X igual ao raio da órbita correspondente à altitude do movimento (F6 F1):



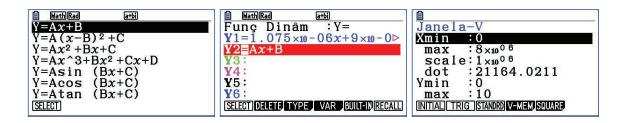
No menu Exe-Matriz (), calcular a força centrípeta aplicando a Lei Fundamental da Dinâmica:

$$F_c = m \times a_c \rightarrow F_c = 8211 \times 7,75 \iff F_c = 6,4 \times 10^4 N$$

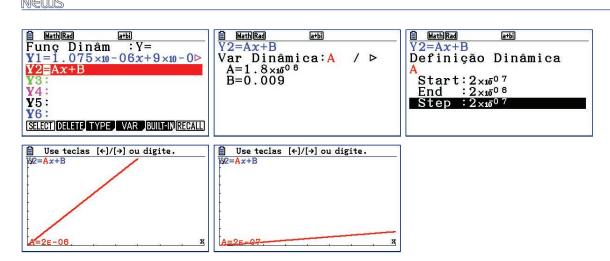
Opção correta: (B)

3. Preveja o que aconteceria à aceleração centrípeta do satélite se o período do movimento duplicasse, mantendo-se a altitude da sua órbita.

A questão pode ser resolvida apenas pela análise matemática da equação (1) obtida na resolução da questão 1., no entanto, os alunos podem visualizar a conclusão solicitada recorrendo ao menu Gráf Dinâm (IEN) 6). Introduzir uma função linear do tipo Y=Ax+B utilizando o submenu BUILT-IN, que permite procurar, numa lista de funções incorporadas, um tipo de função como a que traduz a relação entre a aceleração centrípeta e o raio do movimento, (yl), e definir uma janela de visualização adequada aos valores esperados (Le):



Definir os valores dos parâmetros A e B e um intervalo de variação para o parâmetro A (declive da função) bem como um valor de incremento adequado, atendendo à variação que se pretende e observar o gráfico dinâmico definido. Confirmar que a expressão é a que está no visor (Y=Ax+B) fazendo EXE e de seguida definir os valores de A e B e o intervalo para a variação do parâmetro A, SET (F2). Regressar ao ecrã anterior EXTT e concluir fazendo EXE.



O que se pode observar é que a diminuição do declive da função conduz a valores de aceleração cada vez menores, para um valor de x constante (raio da órbita). Quanto maior for o período menor será o declive, confirmando-se a relação entre a aceleração centrípeta e o período do movimento, isto é, se o período aumenta a aceleração centrípeta diminui.

Texto solicitado: Mantendo-se a altitude constante, o raio do movimento seria o mesmo, concluindo-se que a aceleração centrípeta do movimento iria diminuir uma vez que é inversamente proporcional ao quadrado do período. No caso particular do período aumentar para o dobro, a aceleração centrípeta diminuiria para um quarto da aceleração centrípeta inicial.

Notas pedagógicas:

1 - Sinopse

A tarefa insere-se no domínio da Mecânica do programa da disciplina de Física e Química A, do 11º ano de escolaridade.

A exploração adequada da tarefa permite a resolução de problemas que envolvem conhecimentos específicos adquiridos nas disciplinas de Física e Química A e de Matemática A. A explicitação do raciocínio conducente à conclusão pretendida em cada item, coloca em evidência a capacidade dos alunos de comunicar, não só em linguagem científica, mas também em língua portuguesa.

Pré-requisitos para aplicação da atividade:

- conhecimento dos Menus Gráfico, Estatística e Gráfico Dinâmico;
- reta de regressão;
- movimentos retilíneos;
- movimento circular uniforme;
- Lei da Gravitação Universal;
- Lei Fundamental da Dinâmica ao movimento circular uniforme de satélites.

2 - Objetivos de aprendizagem

Falar com o grupo, mas eu colocaria "Estudar os movimentos retilíneos e circulares uniformes, bem como a Lei da Gravitação Universal e a Lei Fundamental da Dinâmica ao movimento circular uniforme de satélites, utilizando múltiplas estratégias.

3 - Estratégias de ensino

A tarefa destina-se a alunos com desempenho regular a ser resolvida individualmente ou a pares, no entanto considera-se que a questão 3. deverá ser desenvolvida com alunos com desempenho mais avançado.

4 - Questões para discussão e recomendações

A tarefa permite promover a discussão em torno das implicações do desenvolvimento tecnológico na melhoria da qualidade de vida na Terra e tornar os alunos mais informados e capazes na tomada de decisões futuras, podendo ser trabalhada com outras disciplinas.

Autora: Inácia Capucho, apresentada na formação

"Estudo de funções com a calculadora gráfica", em maio de 2021.

Revisão: GRUPO CASIO+

Webgrafia

• http://www.dge.mec.pt/sites/default/files/Curriculo/Aprendizagens_Essenciais/11_fq_a.pdf, acedido em 10 de maio de 2021

CASIO 2025 / 2026



NOTA DE ENCOMENDA PROFESSORES

Reservado aos se	erviços da CASIO
N°	
Data da receção	/ /

Encomende facilmente!

DEPOIS DE DEVIDAMENTE PREENCHIDA, envie através de uma das seguintes formas:

Correio: **CASIO PORTUGAL**

Parque das Nações Rua do Polo Sul, N.º 2, 4.º A 1990-273 Lisboa

Email: casioportugal@casio.pt ou teresajorge@casio.pt

Fax: 218 939 179

IVA incluído à taxa de 23%

Aproveite agora este preço promocional exclusivo

Passo 1 - CASIO PORTUGAL - envio e receção da nota de encomenda

- Selecione com uma cruz a calculadora desejada.
- Indique os seus dados pessoais.
- Envie a nota de encomenda por correio ou email casioportugal@casio.pt
- A encomenda só fica validada após envio da declaração de docente indicando o grupo disciplinar e nível de ensino.

Passo 2 - ENAME - faturação e envio da calculadora

O nosso parceiro autorizado ENAME, após a validação do pedido por parte da Casio Portugal, entrará em contacto consigo para o informar da forma de pagamento e envio.

- Campanha válida para professores de Matemática (grupo 500) e de Física-Química, (grupo 510) e de outros grupos (230, 430, 520 e 550).
- Quantidade limitada a uma calculadora da família fx-9860III ou fxCG-50.
- Quantidade limitada a uma calculadora **por professor e por cada dois anos letivos**.
- Não será emitida uma confirmação de encomenda.
- Caso não receba qualquer comunicação da nossa parte, entre em contacto com a CASIO Portugal ou Ename.
- A Casio suporta as despesas de envio.

Contactos:

Informações sobre entregas: 232 188 750 (ENAME) ou 218 939 170 (CASIO PORTUGAL) Informações Pedagógicas e sobre os produtos: margaridadias@casio.pt

ESTA NOTA DE ENCOMENDA PODE SER FOTOCOPIADA E ENTREGUE A OUTRO(A) COLEGA ANEXAR DECLARAÇÃO DE DOCENTE INDICANDO GRUPO DISCIPLINAR E ANO(S) DE ENSINO

fx-CG50* COM MODO	fx-9860GIII*	Bolsa
Preço professor: 65€ (grupo 500/510) 95€ (grupo 230, 430,	Preço professor: 60€ (grupo 500/510) 67,50€ (grupo 230, 430,	Preço professor: 10€
520 e 550) c/IVA python	520 e 550) c/IVA python	c/IVA

Nome:	
Morada da escola:(Local de entrega)	
Código Postal: Localidade:	
Telemóvel:	Carimbo da escola (certifico que é docente nesta escola da disciplina e nível indicado)
Email:	
Número de contribuinte:	
Nome da escola:	
Disciplina e nível que leciona:	
Aceito Não aceito a Política de Privacidade da CASIO http://www	v.casio-calculadoras.com/index.php/politica-de-protecao-de-dados
Aceito Não aceito o envio de informações comerciais por parte da	a CASIO PORTUGAL

Ao inscrever-se na Base de Dados da Casio Portugal passa a receber periodicamente informação relevante para a sua situação profissional e calculadora utilizada

De acordo com a lei de proteção de dados pessoais, informamos que os seus dados recolhidos no presente formulário serão objeto de tratamento informático e serão guardados no ficheiro automatizado da responsabilidade da CASIO España S.L. Sucursal em Portugal, com a finalidade de serem utilizados em campanhas de marketing e de publicidade associadas à marca, sendo também utilizados para comunicar informação sobre os produtos, serviços e eventos da CASIO e ainda para solicitar a sua participação em estudos de mercado. "Os dados pessoais recolhidos podem ser transmitidos pela CASIO a (i) subcontratantes pela mesma contratados para efeitos de processamento de dados, pagamentos e envios, assim como às entidades por si participadas no âmbito acima referido. Os dados disponibilizados poderão ser igualmente cedidos a terceiros tais como auditores financeiros ou outros, se necessário, comprometendo-se a CASIO a aplicar as medidas técnicas e organizativas que forem adequadas para a transferência dos dados. Os dados poderão também ser cedidos, nos casos previstos por lei, nomeadamente a autoridades judiciais ou administrativas competentes por razões de controlo, registo e inspeção."A qualquer momento, e sem qualquer encargo, poderá aceder, corrigir, opor-se, cancelar ou proibir o tratamento dos referidos dados, para efeitos de marketing direto ou outros, escrevendo para a morada da CASIO, sita no Parque das Nações, Rua do Polo Sul, N.º 2, 4.º A, 1990-273 Lisboa ou através do email margaridadias@casio.pt." Nos termos da legislação aplicável, terá ainda direito de queixa junto da autoridade de controlo nacional (Comissão Nacional de Proteção de Dados) - site www.cnpd.pt".

^{*} Sujeito a disponibilidade de stock e os preços podem ser alterados sem aviso prévio.



AS MARÉS - TRIGONOMETRIA

ANO: 11° Ano | 11° ano Matemática A MATERIAL/MENU(S) UTILIZADO(S):

Menu: Estatística

Calculadora gráfica Casio fx-CG50



https://www.grcodefacil.com/

Os fenómenos periódicos podem ser modelados com recurso a funções trigonométricas. Vamos estudar alguns aspetos da vida real: as marés.

A força gravitacional exercida entre a Terra, a Lua e o Sol, conjugada com a rotação da Terra em torno do seu eixo, são os principais fatores responsáveis pela ocorrência das marés, no qual as águas do mar atingem limites máximos e mínimos com determinada periocidade.

Quando a maré está no nível mais alto chama-se maré alta, maré cheia, ou prea-mar; quando está no seu nível mais baixo chama-se maré-baixa ou baixa-mar.

A altura das marés alta e baixa (relativa ao nível médio da água do mar) também varia, em função de variados fatores. Nas luas nova e cheia, as forças gravitacionais do Sol estão na mesma direção das da Lua, produzindo marés mais altas; nas luas minguante e crescente as forças gravitacionais do Sol estão em direções diferentes das da Lua, anulando parte delas produzindo marés mais baixas.



Figura 1: Porto de Sines

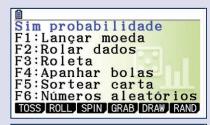
Calculadora Gráfica CASIO fx-CG50



Nova linguagem de programação PYTHON



Simulador de probabilidade (App adicional)



Tomemos como exemplo os registos observados da altura do nível do mar no dia 01 de dezembro de 2021 na zona de Sines - Dados retirados e adaptados do site do Instituto Hidrográfico: www.hidrografico.pt

Tabela 1: registos da altura média (metros) registada pela boia em cada hora

0h	2,88	5h	1,90	10h	1,27	15h	3,28	20h	0,62
1h	3,29	6h	1,23	11h	1,94	16h	2,84	21h	0,67
2h	3,38	7h	0,76	12h	2,63	17h	2,19	22h	1,04
3h	3,13	8h	0,60	13h	3,15	18h	1,50	23h	1,66
4h	2,59	9h	0,78	14h	3,39	19h	0,93	24h	2,35

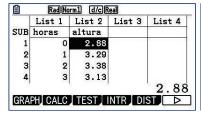
- Recorrendo à calculadora gráfica determine um modelo que traduz esta situação.
 Apresente a nuvem de pontos e o modelo matemático que a represente.
 Apresente os valores aproximados às centésimas.
- 2. Determine o período do modelo desta situação. Apresente o valor aproximadamente às décimas.
- 3. No dia 2 de dezembro, chega a este porto um dos porta-contentores 'MSC Ambra'. Para este porta-contentor atracar no porto de Sines, por motivos de segurança, tem de esperar que a altura do mar seja, no mínimo, de 3 metros.

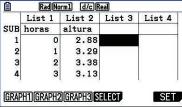
Determine o(s) intervalo(s) de tempo para efetuar esta operação em segurança.

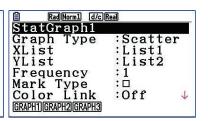
Proposta de resolução da tarefa

Recorrendo à calculadora gráfica determine um modelo que traduz esta situação.
 Apresente a nuvem de pontos e o modelo matemático que a representa.
 Apresente os valores aproximados às centésimas.

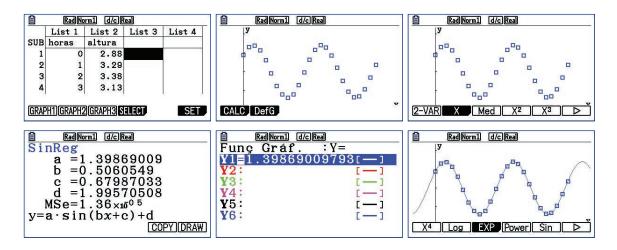
No menu Estatística introduzir os valores da tabela e obter a nuvem de pontos (para escolher o tipo de gráfico pressionar [f1] (GRAPH) seguido de [f6] (SET), escolher [f1] (Scatter) e confirmar que em XList tem List 1 e em YList tem List 2. Para concluir [EE]).







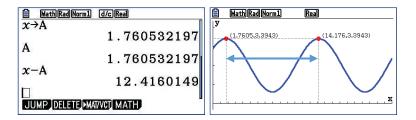
Visualizar a nuvem de pontos: escolher [f] (GRAPH1), de seguida [f] (CALC) e escolher a regressão sinusoidal ([f6] [f5]). Copiar o modelo matemático (será copiado para a primeira linha do menu Gráfico), e ao pressionar I voltar a janela com os valores dos parâmetros. Concluir fazendo [f6] (DRAW), para visualizar a curva de regressão.



Modelo matemático: $A(t)=1,40\sin(0,51x+0,68)+2,00$

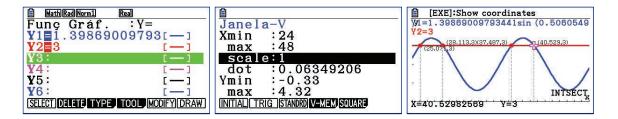
Determine o período do modelo desta situação.
 Apresente o valor aproximadamente às décimas.

Recorrer ao menu Gráfico e à janela da questão anterior-período de um dia- e verificar que o período é de 12,4, aproximadamente (diferença de dois maximizantes/minimizantes consecutivos).



- 3. No dia 2 de dezembro, chega a este porto um dos porta-contentores 'MSC Ambra'. Para este porta-contentor atracar no porto de Sines, por motivos de segurança, tem de esperar que a altura do mar seja, no mínimo, de 3 metros.
 - Determine o(s) intervalo(s) de tempo para efetuar esta operação em segurança.

Recorrer ao menu Gráfico, introduzir a função constante definida por y=3 e obter a interseção dos dois gráficos F5 (G-Solv), F5 (INTSECT), no intervalo de tempo de 24 a 48 – correspondente ao dia 2 de dezembro.



O primeiro intervalo é aproximadamente entre as 25h e as 28h, ou seja, entre a 1h e as 4h do dia 2 de dezembro, o segundo intervalo é aproximadamente entre as 37,5h e as 40,5h, ou seja, entre as 13h30min e as 16h30min do mesmo dia.

Notas pedagógicas:

1 - Sinopse

Tarefa destinada a alunos do 11º ano de Matemática A, a ser aplicada no conteúdo de Funções Trigonométricas, permite a modelação de uma situação real utilizando a regressão trigonométrica da calculadora gráfica. Pré-requisitos para aplicação da atividade:

- conhecimento dos menus Gráfico e Estatística;
- conhecimento da função seno;
- noção de regressão;
- noção de período de uma função periódica.

2 - Objetivos de aprendizagem

Aplicação e consolidação de conceitos e conteúdos abordados nas aulas (domínio de uma função, função seno, máximos, mínimos, período da função) e a sua interpretação numa situação real.

3 - Estratégias de ensino

A tarefa destina-se a alunos com desempenho regular podendo ser realizada individualmente ou a pares.

4 - Questões para discussão e recomendações

Autores: Henrique Rafael e Susete Gonçalves, apresentada na formação *"Estudo de funções com a calculadora gráfica"*, em novembro de 2021.

Revisão: GRUPO CASIO+



CIENTÍFICAS



 1.ª calculadora eletrónica com funções de memória Calculadoras Científicas Autorizadas

fx-82SPCW







fx-570SPCW



fx-991SPCW

Não alfanuméricas Não programáveis

GRÁFICAS







Calculadoras Gráficas Autorizadas

fx-CG50 SEM BOLSA





O grupo de trabalho "CASIO+" desenvolveu a sua participação na APM tendo como principal objetivo criar e desenvolver novas atividades e assim promover o ensino e aprendizagem da Matemática, recorrendo às calculadoras CASIO.

Em 2012 o grupo contava com 8 elementos. Em setembro de 2024, o grupo conta com 12 elementos, 10 docentes de matemática do Ensino Básico e Secundário e 1 do Ensino Superior.

O grupo está espalhado por Portugal Continental e região autónoma da Madeira, para fazer face às diversas solicitações de formação nas escolas.

Ao longo do ano letivo, o grupo de trabalho realiza inúmeras formações online, ACD, e anualmente os dias "Casio+" e Webinares que a cada ano que passa o número de participantes tem vindo a aumentar.

Os elementos que compõem o grupo são:



Ana Margarida Dias Casio School Coordinator



Ana Paula Jardim Escola Secundária de Francisco Franco



António Cardoso Reguengos de Monsaraz Agrup. de Escolas Conde de Monsaraz



Cláudia Diegues Agrupamento Escolas Carlos Amarante



Dolcínia Almeida Agrupamento de Escolas Águeda Sul



Inês Campos Ramada Escola Secundária da Ramada



Isabel Leite Escola Secundária de Vila Verde



Jaime Carvalho e Silva Coordenador pedagógico Dep. Mat. da Universidade de Coimbra



Joaquim Rosa Paço D'Arcos Esc. Secundária Luís de Freitas Branco



Manuela Labrusco Reguengos de Monsaraz Agrup. de Escolas Conde de Monsaraz



Manuel Margues Coordenador do Grupo Escola Secundária Domingues Sequeira



Paula Teixeira Agrupamento de Escolas João de Barros