

## III Ciclo de Webinars com Calculadoras CASIO

### “Modelos matemáticos para a Cidadania”



#### MODELOS MATEMÁTICOS PARA A CIDADANIA

**Modelos matemáticos nas eleições: Método de Borda - Tarefa 1**

**Matemática nos salários - Tarefa 2**

**Matemática na poupança e no crédito: Depósitos e Juros - Tarefa 3**

9 Outubro 2024

## Aprendizagens Essenciais de Matemática no Ensino Secundário

### Ideias Inovadoras do Currículo

#### • Matemática para a Cidadania

O reconhecimento do Ensino Secundário como um ciclo que é parte integrante da formação geral dos jovens, incluído na escolaridade obrigatória, cria um contexto em que todas as disciplinas, incluindo a Matemática, devem **contribuir para o desenvolvimento dos alunos enquanto cidadãos ativos, conscientes, informados e interventivos.**

A crescente relevância do papel da Matemática na sociedade atual realça a importância e a necessidade de dotar os alunos de ferramentas de análise dos processos sociais, que estão na base do exercício de uma cidadania ativa. Assim, **as Aprendizagens Essenciais exploram modelos e processos eleitorais e a análise de modelos financeiros** e valorizam o desenvolvimento da literacia estatística.

#### • Pensamento Computacional

**Os aspetos comuns entre o Pensamento Matemático e o Pensamento Computacional**, bem como a relevância atual do Pensamento Computacional na ciência e na sociedade, justificam que o currículo de Matemática valorize esta abordagem conceptual na resolução de problemas.

#### • Diversificação de temas no currículo

Para além do desenvolvimento de competências dos alunos no âmbito da cidadania, pretende-se continuar a disponibilizar aos alunos um conjunto variado de ferramentas matemáticas. Assim, aposta-se na diversificação de temas matemáticos, e das abordagens a cada tema, **valorizando o recurso à tecnologia.**

### Ideias chave das Aprendizagens Essenciais

#### • Recurso sistemático à tecnologia

**Incentivar a exploração de ideias e conceitos, integrando a tecnologia como alavanca para a compreensão e resolução de problemas.**

## Tarefa 1 \_ Método de Borda

### Eleições para os órgãos sociais do Clube de Futebol Rompe Canelas

Para escolher o Presidente do Clube de Futebol Rompe Canelas, realizou-se uma eleição. Os quatro candidatos foram o António, a Margarida, o Rui e a Emília. Para determinar o vencedor deste processo eleitoral, o Clube decidiu aplicar o **método de Borda** que consiste no seguinte:

- cada eleitor indica a sua ordem de preferências em relação a todos os candidatos;
- cada primeira preferência recebe tantos pontos quantos os candidatos em votação;
- cada segunda preferência recebe menos um ponto que a primeira, e assim sucessivamente, recebendo a última preferência 1 ponto.
- é declarado vencedor o candidato que totalizar o maior número de pontos.

Após a votação, obtiveram-se as preferências apresentadas na tabela seguinte:

Preferência	860	920	800	970
1ª	António	Margarida	Rui	Margarida
2ª	Rui	António	António	Emília
3ª	Emília	Emília	Emília	Rui
4ª	Margarida	Rui	Margarida	António

Usando a calculadora gráfica responda às seguintes questões.

1. Determine a classificação final de todos os candidatos aplicando o método descrito e indique o vencedor desta eleição.

2. Um método semelhante ao método de Borda é o utilizado na pontuação final do Festival da Canção, em que a cada uma das 10 melhores canções são atribuídos 12, 10, 8 e daí até 1 ponto. Explore a questão seguinte.

No exemplo da votação aqui apresentada, o que aconteceria se fosse atribuída a pontuação seguinte?

- 1.ª preferência: 6 pontos
- 2.ª preferência: 4 pontos
- 3.ª preferência: 2 pontos
- 4.ª preferência: 1 ponto

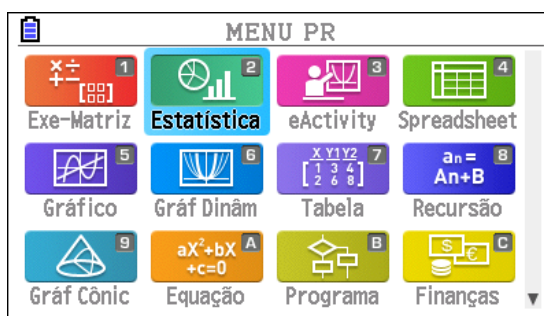
### Proposta de Resolução:

1. Para responder à questão, vamos entrar no menu estatística da calculadora.

De seguida, calcular o número de votos obtidos em cada preferência para cada um dos candidatos usando a tabela dada e que a seguir se apresenta.

Preferência	860	920	800	970
1ª	António	Margarida	Rui	Margarida
2ª	Rui	António	António	Emília
3ª	Emília	Emília	Emília	Rui
4ª	Margarida	Rui	Margarida	António

No **menu Estatística**, usando as linhas abaixo da linha SUB como forma de identificar cada preferência, comece por escrever na Lista 2 a pontuação que recebe cada voto nas quatro preferências.



	List 1	List 2	List 3	List 4
SUB	A	R	E	
1	4	860	800	0
2	3	1720	860	970
3	2	0	970	2580
4	1	970	920	0

Sum Prod Cuml % ΔList ▶

	List 2	List 3	List 4	List 5
SUB	A	R	E	M
1	860	800	0	1890
2	1720	860	970	0
3	0	970	2580	0
4	970	920	0	1660

M

Sum Prod Cuml % ΔList ▶

	List 2	List 3	List 4	List 5
SUB	A	R	E	M
2	1720	860	970	0
3	0	970	2580	0
4	970	920	0	1660
5				

Sum (List 1×List 2)

	List 2	List 3	List 4	List 5
SUB	A	R	E	M
3	0	970	2580	0
4	970	920	0	1660
5	9570			
6				

9570

Sum Prod Cuml % ΔList ▶

		List 2	List 3	List 4	List 5
SUB	A	R	E	M	
2		1720	860	970	0
3		0	970	2580	0
4		970	920	0	1660
5		9570			
Sum		(List 1×List 3)			

		List 2	List 3	List 4	List 5
SUB	A	R	E	M	
3		0	970	2580	0
4		970	920	0	1660
5		9570	8640		
6					8640
Sum		Prod	Cuml	%	ΔList

		List 2	List 3	List 4	List 5
SUB	A	R	E	M	
2		1720	860	970	0
3		0	970	2580	0
4		970	920	0	1660
5		9570	8640		
Sum		(List 1×List 4)			

		List 2	List 3	List 4	List 5
SUB	A	R	E	M	
3		0	970	2580	0
4		970	920	0	1660
5		9570	8640		
6					8070
Sum		Prod	Cuml	%	ΔList

V-WIN

		List 2	List 3	List 4	List 5
SUB	A	R	E	M	
2		1720	860	970	0
3		0	970	2580	0
4		970	920	0	1660
5		9570	8640	8070	
Sum		(List 1×List 5)			

		List 2	List 3	List 4	List 5
SUB	A	R	E	M	
3		0	970	2580	0
4		970	920	0	1660
5		9570	8640	8070	9220
6					
Sum		Prod	Cuml	%	ΔList

A classificação final dos candidatos foi a seguinte:

- António com **9570** pontos;
- Rui com **8640** pontos;
- Emília com **8070** pontos;
- Margarida com **9220** pontos.

O vencedor desta eleição foi o António.

		Preferência	António	Rui	Emília	Margarida
Votos	1ª (4 pontos)		860	800	0	1890
	2ª (3 pontos)		1720	860	970	0
	3ª (2 pontos)		0	970	2580	0
	4ª (1 ponto)		970	920	0	1660
Total			9570	8640	8070	9220

2. Um método semelhante ao método de Borda é o utilizado na pontuação final do Festival da Canção, em que a cada uma das 10 melhores canções são atribuídos 12, 10, 8 e daí até 1 ponto. Explore a questão seguinte.

No exemplo da votação aqui apresentada, o que aconteceria se fosse atribuída a pontuação seguinte?

- 1.ª preferência: 6 pontos
- 2.ª preferência: 4 pontos
- 3.ª preferência: 2 pontos
- 4.ª preferência: 1 ponto

Para resolver esta questão iniciamos com a alteração aos valores da 1ª coluna, ou seja, alteramos a pontuação atribuída a cada uma das preferências. Verificamos que as somas se mantiveram.

	List 1	List 2	List 3	List 4
SUB		A	R	E
1	6	860	800	0
2	4	1720	860	970
3	2	0	970	2580
4	1	970	920	0
				1
<b>Sum Prod Cuml % ΔList ▶</b>				

Redefinir as somas apagando os valores anteriores. As somas não são alteradas enquanto não forem apagadas!

Em OPTN , F1 (List) e rodar com F6 duas vezes até F1(Sum) dos produtos das respetivas células.

	List 1	List 2	List 3	List 4
SUB		A	R	E
3	2	0	970	2580
4	1	970	920	0
5		13010	8640	8070
6				13010
<b>Sum Prod Cuml % ΔList ▶</b>				

	List 1	List 2	List 3	List 4
SUB		A	R	E
2	4	1720	860	970
3	2	0	970	2580
4	1	970	920	0
5		13010		
<b>Sum (List 1×List 3)</b>				

	List 1	List 2	List 3	List 4
SUB		A	R	E
3	2	0	970	2580
4	1	970	920	0
5		13010	11100	
6				11100
<b>Sum Prod Cuml % ΔList ▶</b>				

- António com **13010** pontos;
- Rui com **11100** pontos;
- Emília com **9040** pontos;
- Margarida com **13000** pontos.

	List 2	List 3	List 4	List 5
SUB	A	R	E	M
3	0	970	2580	0
4	970	920	0	1660
5	13010	11100	9040	13000
6				13000
<b>Sum Prod Cuml % ΔList ▶</b>				

## Tarefa 2 \_ Matemática nos salários

A Ana é técnica de marketing e comunicação numa empresa das Caldas da Rainha, é casada e tem dois filhos.

A tabela seguinte é relativa à descrição salarial da Ana no seu recibo de vencimento do mês de junho de 2024. Alguns dos dados estão em falta.

Descrição	Período	N.º	Montante/Un.	Abono	Desconto
Salário-base	06-02-2024			1350 €	
Subsídio de alimentação	06-02-2024	21	5,70 €		
<b>Salário bruto</b>					
Taxa p/SS	06-02-2024		11 %		
Taxa de retenção de IRS	06-02-2024		9 %		
<b>Total de pagamentos/deduções</b>					
<b>Total a receber</b>					

Adaptado do Manual, Pro em Matemática, Porto Editora

O recibo de vencimento da Ana está dividido em abonos e descontos.

- 2.1) Calcule o salário bruto mensal da Ana.
- 2.2) Determine o valor do desconto que a Ana faz para a Segurança Social.
- 2.3) Calcule o total de descontos que a Ana faz?
- 2.4) Quanto vai receber a Ana no final do mês?

Nota para o Professor:

OBJETIVOS DE APRENDIZAGEM	AÇÕES ESTRATÉGICAS DE ENSINO DO PROFESSOR
<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Calcular o salário mensal, anual e por hora, dadas as condições de um contrato.</li> <li>➤ Reconhecer a diferença entre salário bruto e salário líquido.</li> <li>➤ Calcular contribuições obrigatórias para sistemas de segurança social.</li> <li>➤ Calcular a retenção na fonte para IRS.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Dinamizar a realização de simulações relacionadas com processamento de salários (em que sejam utilizados os conceitos de vencimento líquido, salário bruto, abonos e descontos), promovendo a construção de uma folha de cálculo.</li> </ul>

## Proposta de Resolução:

### 2.1) Calcule o salário bruto mensal da Ana.

Abrir o MENU Spreadsheet da calculadora.

MENU PR

Exe-Matriz	Estatística	eActivity	Spreadsheet
Gráfico	Gráf Dinâm	Tabela	Recursão
Gráf Cônico	Equação	Programa	Finanças

Deg Norm1 d/c Real SHEET				
SHE	A	B	C	D
1	SB	1350		
2	SR	119.7		
3		1469.7		
4	SS"			
5	IRS"			

FILE EDIT DELETE INSERT CLEAR ▶

Para escrever ou identificar uma célula, **String**, colocar aspas. Por exemplo, "SB" que representa salário Base e "SOB", salário bruto.

Deg Norm1 d/c Real SHEET

SHE	A	B	C	D
1	SB	1350		
2	SR	119.7		
3		1469.7		
4	SS"			
5	IRS"			

=B1+B2

FILE EDIT DELETE INSERT CLEAR ▶

Deg Norm1 d/c Real SHEET

SHE	A	B	C	D
1	SB	1350		
2	SR	119.7		
3	SBO"	1469.7		
4	SS"			
5	IRS"			

FILE EDIT DELETE INSERT CLEAR ▶

### 2.2) Determine o valor do desconto que a Ana faz para a Segurança Social.

Criar a fórmula na célula B4 igual a 11 % do salário base (1350 €)

Deg Norm1 d/c Real SHEET

SHE	A	B	C	D
1	SB	1350		
2	SR	119.7		
3	SBO"	1469.7		
4	SS"			
5	IRS"			

=0.11×B1

Min Max Mean Med Sum Prod

Deg Norm1 d/c Real SHEET

SHE	A	B	C	D
1	SB	1350		
2	SR	119.7		
3	SBO"	1469.7		
4	SS"	148.5		
5	IRS"			

=0.11×B1

FILE EDIT DELETE INSERT CLEAR ▶

O valor do desconto para a segurança social é 148,50 €.

### 2.3) Calcule o total de descontos que a Ana faz?

Na alínea anterior foi calculado o desconto para a segurança social, resta calcular o IRS para determinar o total destes dois descontos.



SHE	A	B	C	D
1	SB	1350		
2	SR	119.7		
3	SBO"	1469.7		
4	SS"	148.5		
5	IRS"			

FILE EDIT DELETE INSERT CLEAR

SHE	A	B	C	D
2	SR	119.7		
3	SBO"	1469.7		
4	SS"	148.5		
5	IRS"			
6	DESCON	148.5		

=0.09×B1

GRAB \$ : If CELL RELATNL

O total de descontos é dado pela soma das células B4 e B5, como mostra a figura ao lado.

A Ana desconta 270,00 €.

SHE	A	B	C	D
2	119.7			
3	1469.7	SAL BRUTO"		
4	SS"	148.5		
5	IRS"	121.5		
6				

"DESCONTOS"

GRAB \$ : If CELL RELATNL

SHE	A	B	C	D
3	1469.7	SAL BRUTO"		
4	SS"	148.5		
5	IRS"	121.5		
6	DESCON	270		
7				

=B4+B5

FILE EDIT DELETE INSERT CLEAR

#### 2.4) Quanto vai receber a Ana no final do mês?

SHE	A	B	C	D
4	SS"	148.5		
5	IRS"	121.5		
6	DESCON	270		
7	RECEBE			
8				

=A3-B6

GRAB \$ : If CELL RELATNL

SHE	A	B	C	D
4	SS"	148.5		
5	IRS"	121.5		
6	DE"	270		
7	RECEBE	1199.7		
8				

=B3-B6

FILE EDIT DELETE INSERT CLEAR

O salário a receber é igual ao salário bruto menos os descontos o que corresponde à fórmula " $= B3 - B6$ ".

**Nota:** A imagem acima dará uma mensagem de erro visto que a célula A3 não é um valor numérico.

Salário líquido = 1199,70 €

Para colorir toda a área do recibo da Ana,

posicionar o cursor na célula A1 definida como “Salário base”, pressionar **Shift** para ativar **CLIP** da tecla **8** e começar a selecionar a área a colorir indo para a direita e deslocando para baixo com as setas direcionais. Irá aparecer a indicação das células selecionadas iniciando no canto superior esquerdo até ao canto inferior direito (fim da seleção – **A1 : C7**).

Pressionar novamente a tecla **SHIFT** para ativar **FORMAT** da tecla **5** que nos levará a colorir a área selecionando a cor.

SAL	A	B	C	D
3	Salario	Bruto	1469.7	
4	SS"	0.11	148.5	
5	IRS"	0.09	121.5	
6	Descontos"		270	
7	Recebe"		1199.7	

A1 : C7

FILE EDIT DELETE INSERT CLEAR

SAL	A	B	C	D
3	Salario	Bruto	1469.7	
4	SS"	0.11	148.5	
5	IRS"	0.09	121.5	
6	Descontos"		270	
7	Recebe"		1199.7	

A1 : C7

1:Cor Carac. :

2:Cor Área :

3:Est. Pint. :

OK :[EXIT] Cancelar :[AC]

FILE EDIT DELETE INSERT CLEAR

SAL	A	B	C	D
3	Salario	Bruto	1469.7	
4	SS"	0.11	148.5	
5	IRS"	0.09	121.5	
6	Descontos"		270	
7	Recebe"		1199.7	

A1 : C7

1:Black  5:Green

2:Blue  6:Cyan

3:Red  7:Yellow

4:Magenta  8:White

FILE EDIT DELETE INSERT CLEAR

SAL	A	B	C	D
3	Salario	Bruto	1469.7	
4	SS"	0.11	148.5	
5	IRS"	0.09	121.5	
6	Descontos"		270	
7	Recebe"		1199.7	

A1 : C7

FILE EDIT DELETE INSERT CLEAR

### Tarefa 3 – Regime de Capitalização Simples

Considere a definição que a seguir se apresenta de regime de capitalização simples.

#### Regime de Capitalização Simples (RCS)

Dado o capital,  $C_i$ , e a taxa de juro, na forma decimal,  $r$ , referente ao período de capitalização, o capital acumulado  $C_t$ , ao fim de  $n$  períodos de capitalização, é dado por:

$$C_t = C_i + C_i \times r \times n \quad \text{ou} \quad C_t = C_i (1 + r \times n)$$

- 1) Elabore um programa em python que permite determinar o capital acumulado ao fim de  $n$  períodos de capitalização de juros simples usando a definição dada.
- 2) Usando o programa anterior, determine o capital acumulado, ao fim de 12 anos, num

regime de capitalização de juros simples, sabendo que o capital inicial foi de 20 000 € e que a taxa de juro anual é de 3,5 %.

3) Resolva o problema anterior usando o **Menu Finanças** da calculadora gráfica.

### Proposta de Resolução:

1) Elabore um programa em python que permite determinar o capital acumulado ao fim de n períodos de capitalização de juros simples usando a definição dada.

### Proposta de Programa:

1º) **Objetivo do programa** – Determinar o capital acumulado ao fim de n (em anos) períodos de capitalização de juros simples

2º) **Etapas da construção do programa:**

- Indicar qual o capital inicial (Ci)
- Indicar a taxa de juro anual (r)
- Indicar o número de períodos ou anos (n)
- Conhecer a fórmula a aplicar;
- Aplicar a fórmula;
- Mostrar os resultados

3º) **Programação em Python:**

Linha	Em Linguagem Corrente	Em Python
1	Identificação da fórmula a programar	“Capitalização Simples”
2	Pedir o capital inicial (Ci)	<code>Ci = float ( input ('Ci ='))</code>
3	Pedir a taxa de juro anual (r)	<code>r = float ( input ('r =') )</code>
4	Pedir o número de períodos ou anos (n)	<code>n = int ( input (“n=” ) )</code>
5	Escrever a fórmula	$Ct = Ci (1 + r \times n)$
6	Mostrar a variável “Cf”, ou seja, escreve a mensagem no ecrã relativo ao capital total (ou final)	<code>print ( “Ct =” , Ct)</code>
7	Linha em branco	

### **Algumas Noções Básicas:**

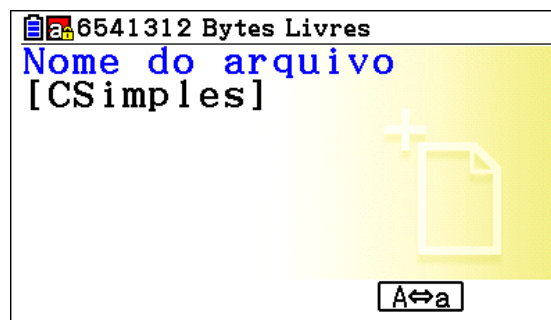
<code>Print(“...”)</code>	Serve para introduzir mensagens de texto no ecrã que devem estar entre aspas
---------------------------	--

<p><b>Input("...")</b></p>	<p>Serve para dar entrada de dados.</p> <p>O programa manipula dados que devemos introduzir. Se pretendemos que seja o utilizador a introduzir esses dados devemos usar <b>Input</b>.</p> <p>O <b>int</b> antes do <b>input</b> permite o programa interpretar como um valor <b>inteiro</b>. Em alternativa, <b>float</b> para interpretar como um valor <b>real</b>.</p>
<p><b>Catálogo</b></p>	<p>Fazendo <b>SHIFT</b> <b>4</b> tem-se acesso ao catálogo com todas as funções da calculadora.</p> <p>No catálogo tem-se acesso às funções da linguagem de programação</p>

Para escrever este pequeno programa, abrir o MENU Python.

Começar por abrir o separador F3 (NEW) para criar o programa.

Por exemplo, com o nome "CSimples".

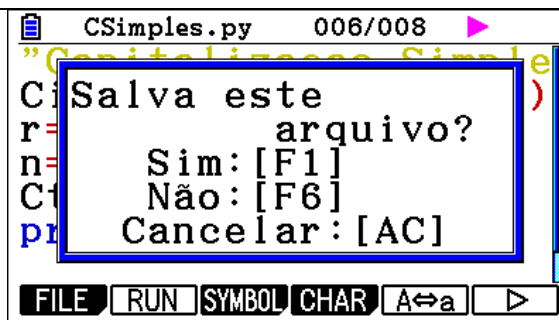


```

CSimples.py 001/008
"Capitalizacão Simple
Ci=float(input("Ci="))
r=float(input("r="))
n=int(input("n="))
Ct=Ci*(1+r*n)
print("Ct=",Ct)

```

FILE RUN SYMBOL CHAR A↔a ▶



Para fazer correr o programa, selecionar F2 (RUN).

Vai surgir uma caixa de diálogo para salvar o programa!

2) Usando o programa anterior, determine o capital acumulado, ao fim de 12 anos, num regime de capitalização de juros simples, sabendo que o capital inicial foi de 20 000 € e que a taxa de juro anual é de 3,5 %.

Para executar o programa, F2 (RUN) e aparece uma mensagem a perguntar para salvar, F1. De seguida introduzem-se os valores pretendidos para experimentar o programa.


3) Resolva o problema anterior usando o Menu Finanças da calculadora gráfica.

<p>Abrir o MENU Finanças. Selecionar/Escolher F1: Juros simples.</p>	
--	--

<p>MENU PR</p> <p>1 <math>\frac{x}{y}</math> <math>\frac{1}{\square}</math> <math>\frac{1}{\square}</math> Exe-Matriz</p> <p>2 <math>\frac{1}{\square}</math> Estatística</p> <p>3 <math>\frac{1}{\square}</math> eActivity</p> <p>4 <math>\frac{1}{\square}</math> Spreadsheet</p> <p>5 <math>\frac{1}{\square}</math> Gráfico</p> <p>6 <math>\frac{1}{\square}</math> Gráf Dinâm</p> <p>7 <math>\frac{1}{\square}</math> Tabela</p> <p>8 <math>\frac{1}{\square}</math> Recursão</p> <p>9 <math>\frac{1}{\square}</math> Gráf Cônico</p> <p>A <math>\frac{1}{\square}</math> Equação</p> <p>B Programa</p> <p>C <math>\frac{1}{\square}</math> Finanças</p>	<p>Norm1</p> <p>Finanças (1/2)</p> <p>F1: Juros Simples</p> <p>F2: Juros Compostos</p> <p>F3: Fluxo Caixa</p> <p>F4: Amortização</p> <p>F5: Conversão</p> <p>F6: Próxima Página</p> <p>SIMPLE COMPND CASH AMORTZN CONVERT</p>
<p>Norm1 365</p> <p>Juros Simples</p> <p>n = 365 × 12</p> <p>I% = 3.5</p> <p>PV = -20000</p>	<p>Norm1 365</p> <p>Juros Simples</p> <p>n = 4380</p> <p>I% = 3.5</p> <p>PV = -20000</p> <p>SI SFV</p>
<p>SI representa os juros;</p> <p>SFV representa o capital final.</p>	<p>Norm1 365</p> <p>Juros Simples</p> <p>SI = 8400</p> <p>REPEAT GRAPH</p> <p>Norm1 365</p> <p>Juros Simples</p> <p>SFV = 28400</p> <p>REPEAT GRAPH</p>

## Desafio

Vamos Contar o Número de Dias para as férias de Natal!

Quantos dias faltam para as férias de NATAL, a partir da data atual?

Com a Calculadora no menu finanças 2/2 pressionando F6, e de seguida F2 (Cálculo de Dias)

vamos calcular o número de dias entre as datas 9/10/2024 a 18/12/2024!

**Instruções de cálculo:**

**1º Passo:** Começar por colocar o cursor sobre **d1** (primeira data) para iniciar a escrita da data. Inicia-se pelo mês 10 (outubro) e executar com a tecla **EXE**, depois o dia 9 e EXE, por último o ano 2024 e EXE.

**2º Passo:** Novamente, colocar o cursor sobre **d2** (segunda data) para iniciar a escrita da data. Inicia-se pelo mês 12 (dezembro) e executar com a tecla **EXE**, depois o dia 18 e EXE, por ultimo o ano 2024 e EXE.

**3º Passo:** O número de dias entre as datas inseridas aparece pressionando **F1 (PRD)**.

As férias de Natal começam daqui a 70 dias, ou seja, 70 dias depois de 9 de outubro de 2024.

```

[Norm1] 365
Cálculo Dias
d1 =10M09D2024Y(WED)
d2 =12M18D2024Y(WED)
D =599
PRD | d1+D | d1-D
  
```

```

[Norm1] 365
Cálculo Dias
Prd=70
REPEAT
  
```

```

[Norm1] 365
Cálculo Dias
d1 =10M09D2024Y(WED)
d2 =12M18D2024Y(WED)
D =70
PRD | d1+D | d1-D
  
```

**Já podem calcular quando será a data da próxima subida de Escalão!**

**E não se esqueçam dos 599 dias de setembro de 2024!**



**Obrigada Pela Vossa Participação**