

Teste Intermédio

Matemática B

Duração do Teste: 90 minutos | 13.04.2010

10.º Ano de Escolaridade

Decreto-Lei n.º 74/2004, de 26 de Março

GRUPO II

Portugal, tal como outros países europeus, tem uma longa tradição na produção de vinho.

Uma empresa vinícola decidiu fazer um estudo relativo à sua produção, com vista a obter maior lucro.

Esse estudo foi feito a partir da análise da receita obtida pela empresa com a produção de vinho e da análise da despesa que a empresa tem de suportar com essa produção, em cada ano vinícola.

Representando por x a quantidade de vinho produzido, em milhares de litros, admita que a receita, r , em milhares de euros, é dada, em função de x , por

$$r(x) = -0,0137x^2 + 6,85x, \quad \text{com } x \in [0, 250]$$

e que a despesa, d , em milhares de euros, é dada, em função de x , por

$$d(x) = 0,411x + 383,6, \quad \text{com } x \in [0, 250]$$

Admita, ainda, que o lucro é a diferença entre a receita e a despesa.

1. Determine para que valores de vinho produzido, em milhares de litros, a receita obtida com a produção é inferior à despesa efectuada com essa produção.

Apresente a resposta sob a forma de intervalo de números reais.

2. Entre que valores deverá estar compreendida a quantidade de vinho a produzir, em milhares de litros, para que a empresa tenha um lucro entre 123 300 euros e 315 100 euros, incluindo estes valores?

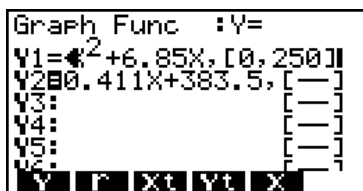
Sugestão: comece por definir, matematicamente, o lucro em função de x , no mesmo domínio.

Proposta de Resolução

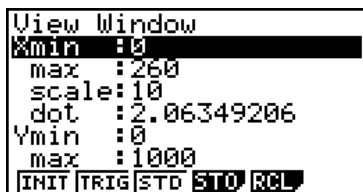
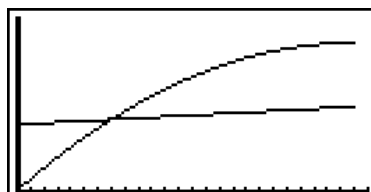
1-

Introduza as expressões no menu das funções. Para definir o intervalo em que as mesmas são definidas, deverá utilizar a seguinte sintaxe:

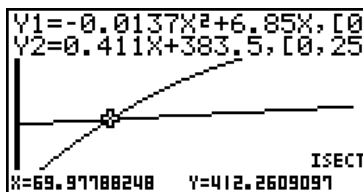
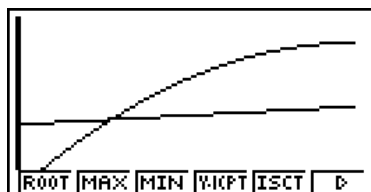
Função , [limite inferior , limite superior]



Utilize a seguinte janela de visualização para a representação gráfica.



Vamos solicitar que a calculadora exiba o ponto de intersecção das duas expressões. Como o gráfico desenhado, pressione F5 seguido da opção F5 (ISCT). Como só estão duas funções definidas, o ponto de intersecção é exibido automaticamente.



O valor de abcissa é aproximadamente 70.

Conclusão

A parte do gráfico da função r que está abaixo do gráfico da função d é a do intervalo $[0,70[$. Assim, podemos concluir que os valores, em milhares de litros, para os quais a receita obtida com a produção de vinho é inferior à despesa com essa produção, são os do intervalo $[0,70[$

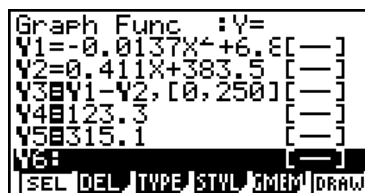
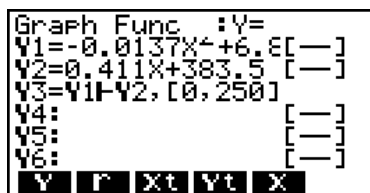
2-

O lucro da empresa é dado, em função de x , por $r(x) - d(x)$

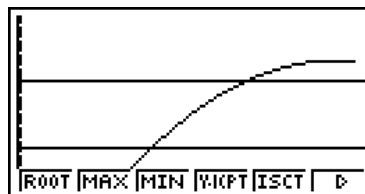
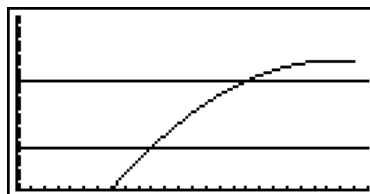
Vamos desenha o gráfico da função $r(x) - d(x)$, em $[0, 250]$, assim como as rectas de equações $y = 123,3$ e $y = 315,1$.

Em Y3 pode escrever Y1-Y2, para tal basta pressionar uma vez o curso para a direita e assim ter acesso à barra de ferramentas que lhe permite escrever "Y". Escreva a condição como fez na alínea anterior.

Nota importante: se não apagar a condição da restrição, a calculadora devolve-lhe um erro de sintaxe. Apague as condições de Y1 e Y2

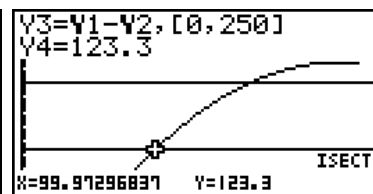
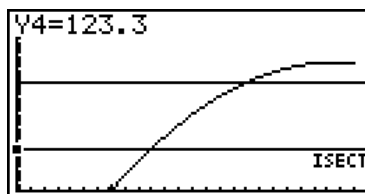
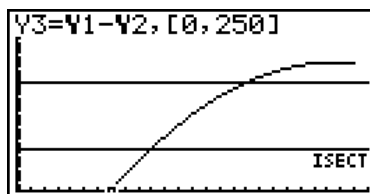


Depois de ter o gráfico desenhado, aceda às opções dos gráficos (F5-GSolv) e seleccione a opção "F5-ISCT" – ponto de intersecção.

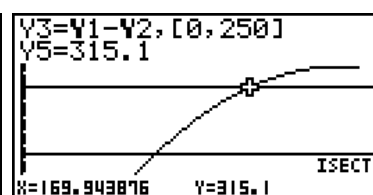
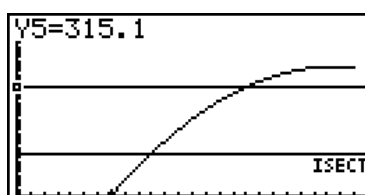
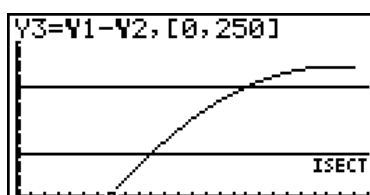


Seleccione as expressões que quer obter o ponto de intersecção. Pressione a tecla EXE para as definir. Depois de definir a segunda expressão, o ponto é exibido.

Ponto de intersecção de $r(x) - d(x)$ com a recta $y=123.3$.



Ponto de intersecção de $r(x) - d(x)$ com a recta $y=315.1$



Conclusões:

Pela observação do gráfico, verificamos que a abcissa do ponto de intersecção do gráfico de $r - d$ com a recta de equação $y = 123,3$ é 100 e a abcissa do ponto de intersecção do gráfico de $r - d$ com a recta de equação $y = 315,1$ é 170 .

Concluimos, assim, que a quantidade de vinho a produzir deverá estar compreendida entre 100 milhares de litros e 170 milhares de litros.

GRUPO III

No âmbito de um trabalho de Estatística, a Joana, aluna de Matemática B, consultou um livro do qual retirou dados referentes aos preços e à produção de vinho tinto, em Portugal, no período de 1943 a 1961.

Organizou os registos numa tabela que a seguir se apresenta, na qual x designa a produção de vinho tinto, em centenas de milhares de litros, e y designa o preço, em escudos*, de cada litro de vinho tinto, no referido período.

* Moeda portuguesa em uso no referido período.

Alguns preços e produção de vinho tinto em Portugal (1943 - 1961)

ANOS	PRODUÇÃO (centenas de milhares de litros) x	PREÇOS (escudos/litro) y
1943	10,8	1,64
1945	7,8	2,29
1947	7,8	2,09
1949	6,0	2,50
1951	7,0	2,57
1953	8,8	2,02
1955	8,3	1,78
1957	6,8	3,02
1959	6,4	2,98
1961	4,8	3,38

1. No ano de 1954, a produção de vinho tinto foi de 9,0 centenas de milhares de litros.

A Joana não registou o preço de cada litro de vinho tinto desse ano e pretende estimá-lo.

Admita que os valores da produção e do preço de cada litro de vinho tinto, no ano de 1954, seguem o modelo de regressão linear obtido a partir dos registos apresentados na tabela.

Estime o preço, em escudos, de cada litro de vinho tinto no ano de 1954.

Apresente os valores dos parâmetros da equação da recta de regressão linear de y sobre x , com, pelo menos, seis casas decimais.

Apresente o resultado final arredondado às centésimas.

Nota – Não converta escudos em euros.

Proposta de resolução

Vamos introduzir os valores nas listas. Se desejar poderá dar o nome às listas – SUB. Para definir o gráfico, pressione F1 (GRPH) seguido da opção F6 (SET). Configure a lista 2 para ser representada no eixo das abcissas e a lista 3 para ser apresentada no eixo das ordenadas.

	List 1	List 2	List 3	List 4
SUB	Anos	Produ	Preço	
1	1943	10.8	1.64	
2	1945	7.8	2.29	
3	1947	7.8	2.09	
4	1949	6	2.5	

	List 1	List 2	List 3	List 4
SUB	Anos	Produ	Preço	
1	1943	10.8	1.64	
2	1945	7.8	2.29	
3	1947	7.8	2.09	
4	1949	6	2.5	

StatGraph1	
Graph Type	:Scatter
XList	:List2
YList	:List3
Frequency	:1
Mark Type	:•

Regresse ao ecrã anterior – EXIT - e pressione F1(GPH1) para desenhar o gráfico. Para calcular a regressão, pressione F1 (CALC) e seleccione o tipo de regressão desejado, neste caso, como é a regressão linear, seleccione F2 (x) e F1 (ax+b).

Os parâmetros da regressão serão exibidos e há a possibilidade de desenhar ou copiar a equação da recta.

```

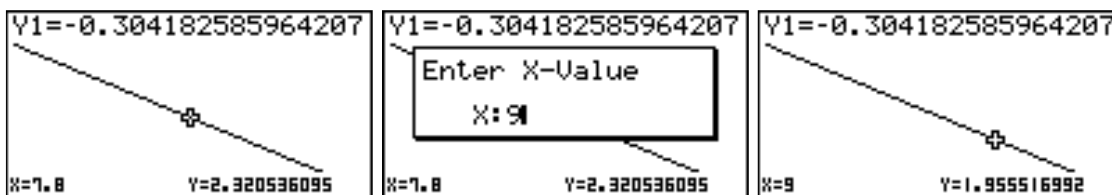
LinearRes(ax+b)
a =-0.3041825
b =4.69316026
r =-0.8865164
r^2=0.78591143
MSe=0.07834062
y=ax+b
    
```

COPY DRAW

No caso de desenhar a equação, pode utilizar a opção Trace (F1) e percorrer o gráfico usando o cursor até encontrar o ponto desejado.



No caso de ter copiado a expressão para o editor de funções, desenhe o gráfico, active o trace (F1) e introduza o ponto – neste caso “9” – ao pressionar EXE é-lhe devolvido a imagem de 9.



A imagem de 9 é o valor pedido: 1,96.

Em conclusão, a estimativa para o preço de cada litro de vinho tinto em 1954 é 1,96 escudos.