
Prova Escrita de Matemática B

10.º e 11.º Anos de Escolaridade

Prova 735/2.ª Fase

11 Páginas

Duração da Prova: 150 minutos. Tolerância: 30 minutos.

2010

GRUPO IV

Um investigador estudou a evolução da epidemia de cólera que ocorreu numa certa região de um país, durante os anos de 2000 e 2001. No início do ano de 2000, o total da população dessa região era de 950 000 pessoas.

Com base nos estudos efectuados, o investigador considerou que, nessa região, o número total de pessoas, da população inicial, que foram contagiadas pela doença, desde o início do ano de 2000 até ao instante t , é dado, aproximadamente, por:

$$F(t) = \frac{57\,000}{1 + 4980 \times e^{-0,27t}} \quad \text{para } 0 \leq t \leq 60$$

A variável t representa o tempo, em semanas, decorrido desde o início do ano de 2000.

1. De acordo com o modelo apresentado, o número de pessoas contagiadas duplicou num intervalo de poucas semanas, passando de 10 000 para 20 000.

Determine a duração desse intervalo de tempo.

Apresente o resultado em semanas e dias (dias arredondados às unidades).

Em cálculos intermédios, se proceder a arredondamentos, utilize, no mínimo, três casas decimais.

2. Sabe-se que o modelo logístico definido pela função F se manteve válido ao longo de 60 semanas.

Determine a percentagem da população inicial de 950 000 pessoas que foi contagiada pela doença, no referido período de tempo.

Apresente o resultado aproximado às unidades.

3. Considere a seguinte afirmação:

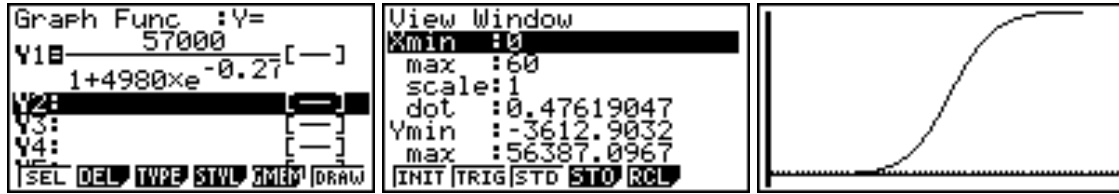
«O valor da taxa de variação instantânea de F em $t = 30$ é maior do que o valor da taxa de variação instantânea de F em $t = 40$.»

Explique, no contexto do problema, o significado da afirmação.

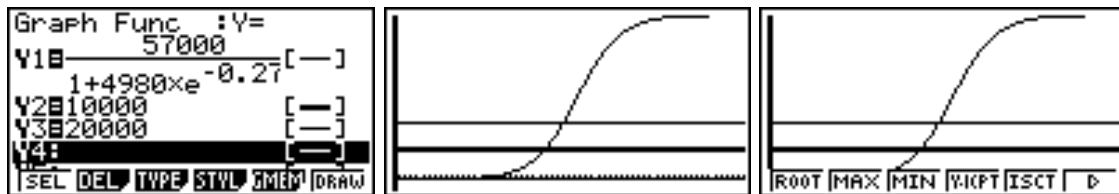
Proposta de Resolução

1.

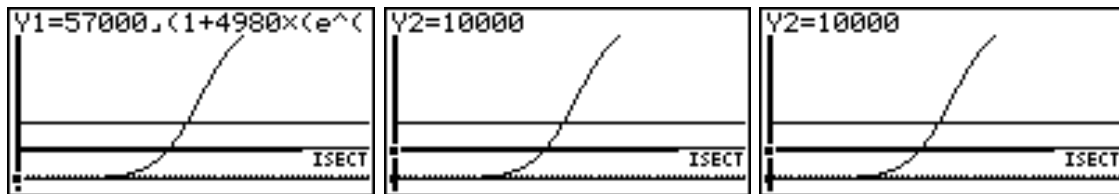
Escreva a expressão em Y1. Deve definir a janela de visualização com base no domínio da expressão, ou seja, deve definir como $x_{min}=0$ e $x_{max}=60$.



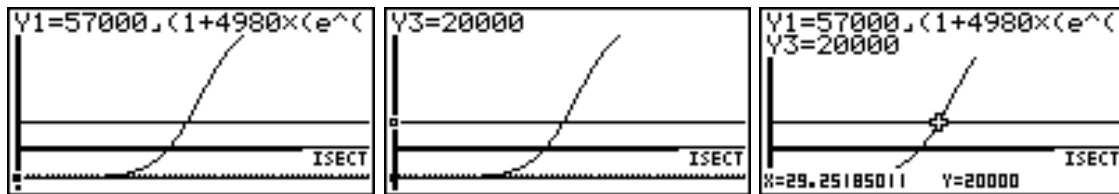
Vamos introduzir $Y2=10000$ e $Y3=20000$ e calcular o ponto de intersecção de cada uma das expressões com a função $F(t)$. Com o gráfico desenhado, pressione $F5$ (G-SOLV).



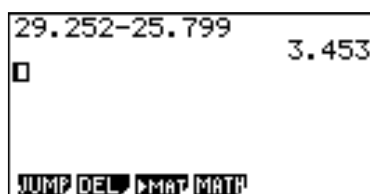
Para $F(t)=10\ 000$, devemos seleccionar a primeira expressão $Y1$, pressionar EXE e a calculadora irá activar a segunda. Ao pressionar EXE, a calculadora devolve-lhe da intersecção das duas expressões.



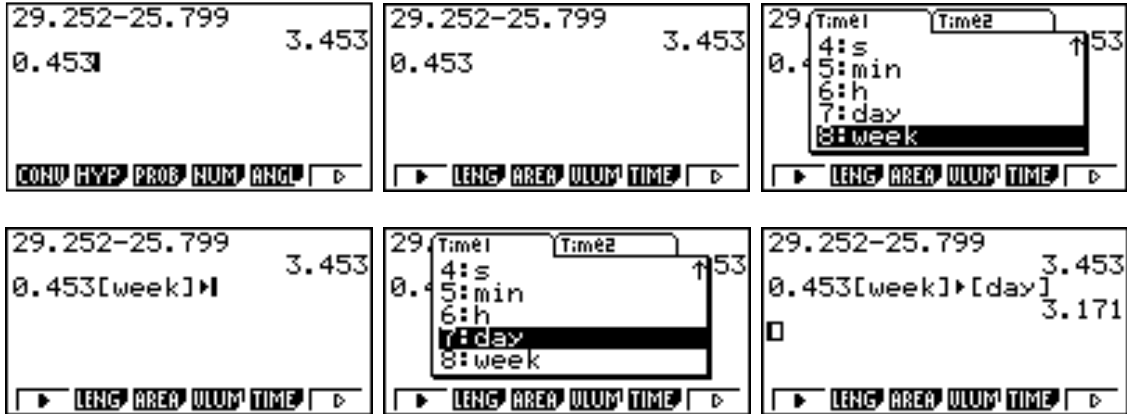
Para $F(t)=20\ 000$, devemos seleccionar a primeira expressão $Y1$, pressionar EXE e a calculadora irá activar a segunda. Anda 1 vez com a seta do cursor para baixo de forma a activar $Y3$. Ao pressionar EXE, a calculadora devolve-lhe da intersecção das duas expressões.



A duração em semanas desse intervalo de tempo é dada pela diferença do valor das abcissas resultantes da intersecção acima calculada.



Para calcular o número de dias, vamos utilizar as opções de conversão da calculadora. Introduza a parte decimal (0,453), pressione OPTN e rode o menu (F6) até encontrar em F1 (CONV) a opção de conversão. Seleccione TIME (F5), a unidade (week – semanas) e pressione EXE. Utilize a opção F1 (▶), novamente TIME (F5) seguido de dias (day). Ao pressionar EXE a calculadora converteu-lhe 0.453 semanas em 3,171 dias

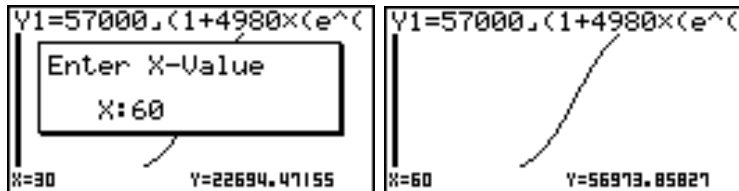


Podemos concluir que a duração do intervalo pedido é 3 semanas e 3 dias.

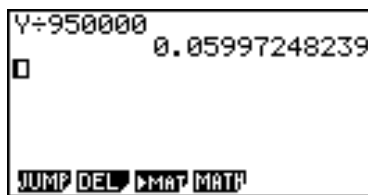
2.

Vamos determinar o numero total de pessoas contagiadas pela doença, nas 60 semanas ($F(60)$)

Como o gráfico desenhado, active o TRACE (F1), introduza o valor 60 e pressione EXE. Sabemos que o número de pessoas é de aproximadamente 56973 pessoas



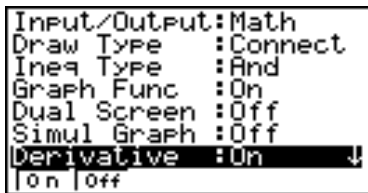
Para determinar a percentagem da população inicial que foi contagiada, teremos de dividir o valor encontrado pela população inicial.



A percentagem de pessoas contagiadas pela doença foi de 6%.

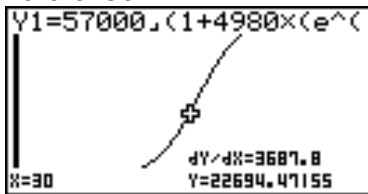
3.

Podemos obter o valor da taxa de variação instantânea em cada instante, activando as derivada no SET UP.

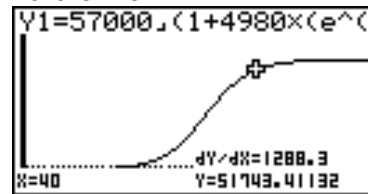


Com o gráfico desenhado, active o TRACE (F1) introduza os dois valores de t

Para $t=30$



Para $t=40$

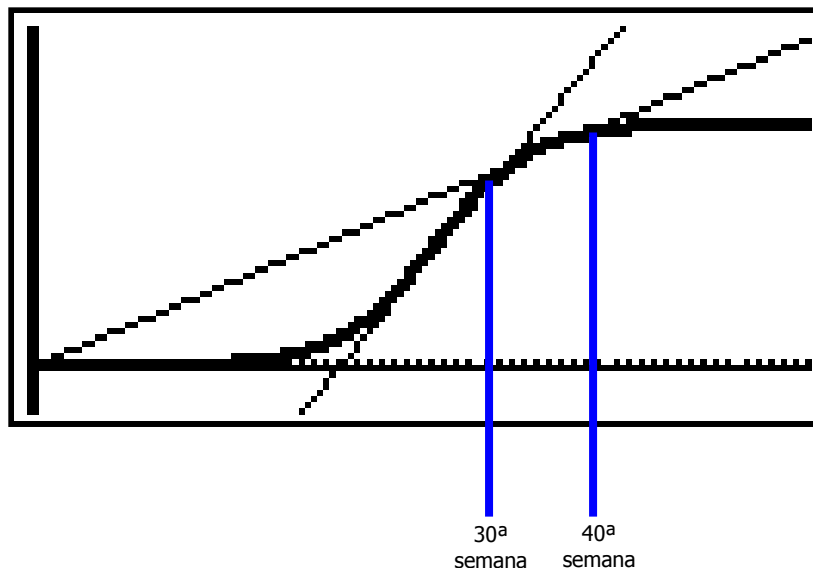


Verificamos que para:

T=30 a taxa de variação instantânea é de 3687.8

T=40 a taxa de variação instantânea é de 1288.3

Se traçarmos uma tangente ao gráfico nesses dois pontos, também verificamos na 30ª semana o declive da recta tangente é mais acentuado do que o declive da recta tangente na 40ª semana.



Desta forma podemos concluir que, passadas 30 semanas após o início do ano de 2000, o número de novos casos de pessoas contagiadas, por semana, é maior do que o número de novos casos de pessoas contagiadas, por semana, passadas 40 semanas, após o início do ano de 2000.