

Prova Escrita de Matemática A

12.º Ano de Escolaridade

Prova 635/1.ª Fase

13 Páginas

Duração da Prova: 150 minutos. Tolerância: 30 minutos.

2010

VERSÃO 1

1. Em \mathbb{C} , conjunto dos números complexos, considere $z_1 = \operatorname{cis}\left(\frac{\pi}{7}\right)$ e $z_2 = 2 + i$

Resolva os dois itens seguintes, recorrendo a métodos exclusivamente analíticos.

1.1. Determine o número complexo $w = \frac{3 - i \times (z_1)^7}{\bar{z}_2}$

(i designa a unidade imaginária, e \bar{z}_2 designa o conjugado de z_2)

Apresente o resultado na forma trigonométrica.

1.2. Mostre que $|z_1 + z_2|^2 = 6 + 4 \cos\left(\frac{\pi}{7}\right) + 2 \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{7}\right)$

Proposta de Resolução.

Nesta questão de exame a calculadora servirá exclusivamente para confirmar resultados.

1.1. No menu Run, deve introduzir o número complexo w

$$\frac{3-i \times \left(1 + \frac{\pi}{7}i\right)^7}{\text{Conj}(2+i)}$$

$$\sqrt{2} \angle \frac{1}{4}\pi$$

Nota 1: Para definir o conjugado, deve aceder às opções (OPTN) seguido da opção F3 (CPLX) e de F4 (Conj).

Nota 2: Para definir “cis” deve usar a tecla $\boxed{\text{SHIFT}} \boxed{X, \theta, T}$

Nota 3: Para que a calculadora apresente o resultado na forma trigonométrica deve fazer essa definição no SET UP da maquia (SHIFT + MENU). Na opção “Complex Mode”, defina a forma trigonométrica (F3). A unidade angular utilizada deverá ser os Radianos.

Func Type	:Y=	↑
Draw Type	:Connect	
Derivative	:Off	
Angle	:Rad	
Complex Mode	:Zθ	
Coord	:On	
Grid	:Off	↓
Real a+bi PZθ		

Input/Output:Math	
Mode	:Comp
Frac Result	:d/c
Func Type	:Y=
Draw Type	:Connect
Derivative	:Off
Angle	:Rad
Des Rad Gra	

5. Considere uma função f , de domínio $]0, 3[$, cuja derivada f' , de domínio $]0, 3[$, é definida por

$$f'(x) = e^x - \frac{1}{x}$$

Estude a função f quanto à monotonia e quanto à existência de extremos relativos, recorrendo às capacidades gráficas da sua calculadora.

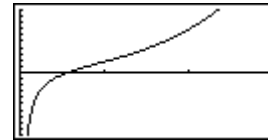
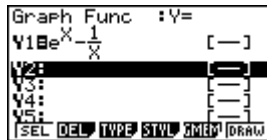
Na sua resposta, deve:

- reproduzir o gráfico da função, ou os gráficos das funções, que tiver necessidade de visualizar na calculadora, devidamente identificado(s), incluindo o referencial;
- indicar os intervalos de monotonia da função f ;
- assinalar e indicar as coordenadas dos pontos relevantes, com arredondamento às centésimas.

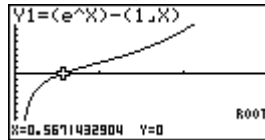
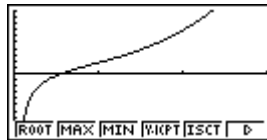
Proposta de Resolução

5.

Deve introduzir a expressão no editor de funções. A janela de visualização (SHIFT + F3) utilizada foi a que se encontra abaixo representada. Para obter o gráfico, pressione EXE.



Com o gráfico desenhado, solicite o zero, pressionando F1 (ROOT). A calculadora irá exibir o zero dentro do intervalo.



Com base nesta informação, pode fazer o estudo da função.